



國立中山大學機械與機電工程學系
碩士論文

移除訊號雜訊的類神經網路方法

Removing Noise from Signals via Neural Networks



研究生：鄭翔任 撰

指導教授：嚴成文 教授

中華民國 九十二 年 六 月

謝誌

本論文得以順利完成，首要感謝指導教授 嚴成文老師在這兩年給予我的指導與照顧，除了讓我學習到專業領域上的知識外，也讓我領悟了許多待人接物的人生道理，而在面對未來挑戰老師給的教誨我會牢牢記住。

此外，感謝口試委員 曾逸敦教授以及 何應勤教授，在論文審查時所給予的寶貴意見與指正，使我的研究能夠更加完善。

同時亦要感謝博士班學長傑能、清松、楨暎以及畢業學長宗憲、岡品、基振、炳仁，在研究以及生活上給予我的鼓勵與幫助；由衷感謝同窗好友鎰華、人鋒、芳益、敦翔，在學業上的相互砥礪以及研究上的互相支援，這段一起求學的日子將會是我難忘的回憶；也要感謝學弟元宏、中山、正榮、敬修所給予我的協助；類神經控制研究室的夥伴們，很高興有緣可以一起研究、一起歡笑、一起成長，這兩年的一點一滴我會永遠懷念。

還要感謝好友們欣錦、貴博、志義、聖嘉、巧慧、宜瑄，謝謝你們在這兩年異地求學的日子裡，給予我的鼓勵與協助，讓我在遭遇困難與低潮時可以順利渡過，認識你們真好！

最後，僅以本論文獻給我摯愛的雙親以及我的家人，感謝你們對我無微不至的照顧與關懷，因為你們鼓勵與支持使我得以無後顧之憂順利完成這階段的學業，今後自當繼續努力向上以不辜負你們對於我的期望。

~ 再次感謝所有幫助過我的師長與朋友們，謝謝你們! ~

翔任 于中山西灣

2003 仲夏

移除訊號雜訊的類神經網路方法

摘要

本論文主要是發展一個移除訊號雜訊的方法，此方法是以輻射基底函數類神經網路為基礎，並運用統計學上交互驗證的概念，利用驗證資料評估類神經網路學習效果，並藉由所得驗證誤差值大小做為判斷雜訊的依據。

此外，本文方法應用於二維影像訊號雜訊移除問題時，乃是運用預測編碼的概念從影像中選取資料點進入網路訓練；而在還原影像部分，本文利用移除雜訊後的資料點訓練網路得到新的映射關係，藉此求得取代受雜訊影響部分的新資料點來還原影像。

由處理一維以及二維訊號雜訊移除的實驗結果可知，本文方法可以有效移除訊號雜訊；而在處理二維影像訊號時，本文方法不會損害未受雜訊影響訊號的結構且可以有效的維持影像的資訊。

Removing Noise from Signals via Neural Networks

Abstract

The main objective of this paper is to develop a method of removing noise from signal. This method is based on the radial-basis function networks and the principle of cross-validation in statistics. In this method, we detect noise by estimating the magnitude of validation error after training the network. Besides, this paper applies the concept of predictive coding to select data set from image when the proposed method used to deal with the noise removal problem of two-dimensional image signals. Finally, the proposed method has been employed to deal with noise removal problems of one-dimensional and two-dimensional signals. From the result of simulation, the proposed method could remove noise from signals effectively.

目錄

謝誌	I
中文摘要	II
英文摘要	III
目錄	IV
圖目錄	VII
表目錄	XI
第一章 緒論	1
1.1 前言.....	1
1.2 研究動機與目的.....	2
1.3 本文架構.....	3
第二章 網路架構與學習法則	4
2.1 網路架構.....	4
2.2 正交最小平方法則.....	5
2.3 本文 RBF 網路所使用的學習法則.....	7
2.3.1 隱藏層神經元參數.....	7
2.3.2 求解網路輸出加權值.....	8
2.3.3 Early Stop 機制.....	8
第三章 處理一維訊號雜訊移除問題	11
3.1 訊號雜訊移除方法概念說明.....	11
3.2 訊號雜訊移除方法詳細流程說明.....	12

3.3 實驗結果與分析.....	19
3.3.1 Gaussian Noise Model.....	19
3.3.2 Impulse Noise Model.....	20
3.3.3 Gross Error Model.....	20
3.3.4 實驗結果.....	20
3.3.4.1 本文方法在不同雜訊模型下的結果.....	22
3.3.5 實驗分析.....	29
第四章 處理二維影像訊號雜訊移除問題.....	32
4.1 資料點擷取方法.....	32
4.2 影像雜訊的偵測.....	34
4.3 處理影像雜訊移除問題時雜訊偵測方法的修正.....	37
4.3.1 資料點擷取方法的修正.....	37
4.3.2 雜訊判斷方法的修正.....	40
4.4 影像雜訊移除方法的詳細流程說明.....	44
4.5 雜訊移除後影像復原的方法.....	47
4.6 區塊式處理影像雜訊移除問題.....	53
4.6.1 區塊式影像雜訊移除方法詳細流程說明.....	54
4.7 實驗結果與分析.....	55
4.7.1 影像雜訊模型.....	55
4.7.2 影像保真度.....	56
4.7.3 實驗結果.....	57
4.7.3.1 區塊式影像雜訊移除方法實驗結果.....	57
4.7.3.2 本文方法移除雜訊的效果.....	61
4.7.3.3 比較不同雜訊比例對於本文方法的影響.....	65
4.7.3.4 比較本文方法在處理不同影像尺寸時的效果.....	68
4.7.4 實驗分析.....	69

第五章 結論.....	70
5.1 論文總結.....	70
5.2 未來研究方向與建議.....	70
參考文獻.....	72

圖目錄

圖 2.1 輻射基底函數類神經網路架構圖.....	5
圖 2.2 Early stop 機制示意圖.....	9
圖 2.3 本文所使用的 RBF 學習法則的流程圖.....	10
圖 3.1 比較函數 $f(x) = e^{-x^2}$ 在受到雜訊影響前後的示意圖.....	14
圖 3.2 原始資料點平均誤差值排名與大小關係圖.....	15
圖 3.3 平均誤差值大小排名為前 5% (前 25 名) 的資料點在函數圖形上的分佈示意圖.....	15
圖 3.4 本文雜訊移除方法的流程圖 (一)	17
圖 3.5 本文雜訊移除方法的流程圖 (二)	18
圖 3.6 比較函數 $f(x) = e^{-x^2}$ 在受到各種雜訊模型影響前後的圖形.....	21
圖 3.7 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果.....	23
圖 3.8 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Impulse noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果.....	24
圖 3.9 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果.....	25
圖 3.10 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gaussian noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖.....	26
圖 3.11 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Impulse noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖.....	27
圖 3.12 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gross noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖.....	28

圖 3.13 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 的影響下，討論雜訊移除效果的示意圖.....	29
圖 3.14 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 的影響下，討論雜訊移除效果的示意圖.....	30
圖 4.1 說明影像原始資料點選取方式的示意圖.....	33
圖 4.2 比較受到 0.25% 脈衝雜訊影響前後的 Lena 圖.....	35
圖 4.3 利用「由左而右」方向從影像中選取原始資料點，將資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示.....	35
圖 4.4 在 Lena 圖上標記平均誤差值排名在前 40 名的資料點示意圖.....	36
圖 4.5 說明影像邊界不連續性對於本文方法的影響.....	37
圖 4.6 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一列說明，如何從影像中由左而右，由上而下的選取訓練資料點.....	38
圖 4.7 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一列說明，如何從影像中由右而左，由上而下的選取訓練資料點.....	39
圖 4.8 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一行說明，如何從影像中由上而下，由左而右的選取訓練資料點.....	39
圖 4.9 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一行說明，如何從影像中由左到右，由上到下的選取訓練資料.....	40

圖 4.10 影像中資料點可以計算平均誤差的區域以及其可以計算的次數示意圖.....	41
圖 4.11 利用不同方向從影像中選取原始資料點，將資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示。其中被脈衝雜訊影響的資料點以 ‘o’ 標示.....	42
圖 4.12 利用修正後的資料點擷取方法，從影像中選取原始資料點，資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示。其中被脈衝雜訊影響的資料點以 ‘o’ 標示.....	43
圖 4.13 比較單一方向以及四個方向進行資料點選取時，在受到 0.25% 脈衝雜訊影響 Lena 圖上，標記平均誤差值大小排名在前 0.25% (前 40 名) 的資料點.....	44
圖 4.14 影像雜訊移除方法流程圖.....	46
圖 4.15 說明取代雜訊點值時，所需要考慮到的情形.....	49
圖 4.16 說明雜訊點分佈位置相鄰時所需要注意的問題.....	51
圖 4.17 影像復原方法的流程圖.....	52
圖 4.18 影像分割成 4×4 區塊示意圖(128×128 Pepper 圖).....	53
圖 4.19 區塊式處理影像雜訊移除問題流程圖.....	54
圖 4.20 比較受到脈衝雜訊影響前後的 Lena 圖.....	55
圖 4.21 Pepper 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖.....	58
圖 4.22 Lena 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖.....	59

圖 4.23 Zelda 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖.....	60
圖 4.24 比較移除雜訊前後的 Pepper 圖.....	62
圖 4.25 比較移除雜訊前後的 Lena 圖.....	63
圖 4.26 比較移除雜訊前後的 Zelda 圖.....	64
圖 4.27 Pepper 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖.....	65
圖 4.28 Lena 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖.....	66
圖 4.29 Zelda 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖.....	67

表目錄

表 3.1 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較.....	23
表 3.2 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Impulse noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較.....	24
表 3.3 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較.....	25
表 3.4 受到 5% Gaussian noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較.....	26
表 3.5 受到 5% Impulse noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較.....	27
表 3.6 受到 5% Gross noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較 ...	28
表 4.1 Pepper 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像 PSNR 值與處理影像的運算時間.....	58
表 4.2 Lena 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像 PSNR 值與處理影像的運算時間.....	59
表 4.3 Zelda 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像的 PSNR 值與處理影像的運算時間	60
表 4.4 Pepper 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)	61
表 4.5 Lena 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)	61

表 4.6 Zelda 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)	61
表 4.7 Pepper 圖在受到不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的雜訊移除方法以及使用中值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR)值.....	65
表 4.8 Lena 圖在受到不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的雜訊移除方法以及使用中間值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR) 值.....	66
表 4.9 Zelda 圖在受到不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的雜訊移除方法以及使用中間值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR) 值.....	67
表 4.10 不同尺寸 Pepper 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值	68
表 4.11 不同尺寸 Lena 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值	68
表 4.12 不同尺寸 Zelda 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值	68

第一章 緒論

1.1 前言

類神經網路是人工智慧領域中重要的技術之一，其靈感源自於腦神經學，希望透過模擬人腦結構的方式，來建立一個可以主動學習、主動思考...等能力的電腦模式，使得電腦能像人類一樣具有智慧。

類神經網路發展已經有多年的歷史，雖然在發展中曾經沉寂了一段時間，不過，近年來因為理論的突破，計算機的運算及儲存能力大幅提昇，以及硬體技術（例如：VLSI...等）的快速發展，再加上類神經網路其平行分散處理的方式、學習與引申的能力、容錯能力...等優點（Haykin,1999），使得類神經網路已經被廣泛的應用在各個領域，例如：資料採礦（data mining）、商業金融安全、工業檢測、語音辨識、訊號處理、電腦視覺、天文學研究...等。而如何使得類神經網路更具應用性，是此領域研究人員努力的方向，在本論文中主要是將類神經網路應用在訊號處理上。

近年來，類神經網路在訊號處理中已經有廣泛的研究，例如：濾波（filtering）、訊號偵測（signal detection）、系統鑑別（system identification）、參數估測（parameter estimation）、訊號壓縮...等方面（Luo and Unbeaten, 1997），而所處理的訊號則包括影音、語音、影像、通訊...等；而本論文的研究主要是將類神經網路應用於訊號雜訊移除上，並發展一個訊號雜訊移除的方法。

1.2 研究動機與目的

相信大部份人都曾經遇過電視影像一片霧茫茫的狀況，或是收聽廣播時有雜音的發生，而這些情形都是訊號受到雜訊干擾所造成的現象；當然，會受到雜訊影響的系統並不只有這些，在現實世界中的各種系統（例如：電子、控制、通訊…等）皆會被雜訊影響，然而，在系統中雜訊產生的來源有很多，例如：訊號在傳輸的過程、電子感測裝置不良、訊號在壓縮或解壓縮時、影像訊號在編碼時…等情形，都是訊號受到雜訊影響的原因，而雜訊存在對於系統輸出會有極大的影響。

因此在訊號處理的領域中，雜訊移除的研究一直都是其中重要一個部份，而針對受到雜訊影響的訊號，已經有許多不同的濾波方法被提出；以影像訊號為例，像是 median filters、low pass filters、weighted median (WM) filters (Brownrigg,1984)、center weighted median (CWM) filters (Ko and Lee,1991) …等方法。

在本論文中主要是應用類神經網路於訊號雜訊移除，而在這方面的應用也已經有許多類神經網路架構被使用 (Egmont -Petersen et al., 2002)；其中，像是 cellular neural networks (CNNS)(Chua and Yang,1988)、Hopfield networks (Pailk and Kataggelos,1992)、generalized adaptive neural filter (Hanek and Ansari,1996)、self-organizing neural network (Kong and Guan, 1998) …等架構被應用於訊號雜訊移除的研究上。

本論文中則將使用輻射基底類神經網路 (Radial Basis Function Neural Networks , RBF) 做為本文方法的網路架構，由於 RBF 網路不像 CNNS 在訓練前需要設定大量的參數，再加上只需簡單矩陣運算就可以計算加權值的優點，所以本文將使用此網路架構以及正交最小平方法則 (OLS) 網路學習法則，再加上統計學上交互驗證 (cross-validation) 的概念，發展一個移除訊號雜訊的方法。

1.3 本文架構

本論文內容共分為下列五章：

第一章 緒論。說明本文研究動機以及期望達成的目標。

第二章 網路架構與學習法則。介紹本文所使用的網路架構-輻射基底函數類神經網路，以及網路所使用的學習法則-正交最小平方演算法，並說明此方法在本文應用上所做的調整。

第三章 處理一維訊號雜訊移除問題。利用處理一維訊號雜訊移除問題說明本論文所提的概念以及方法。

第四章 處理二維影像訊號雜訊移除問題。將本文所提出的雜訊移除方法運用在二維影像訊號問題中，並對於本文方法在處理影像訊號時，所需要調整的部份提出說明。

第五章 結論。最後對於本論文做綜合的總結，並說明本文所提出的方法，在實際應用上的優點與限制以及未來可以做的努力。

第二章 網路架構與學習法則

在本論文所提出的雜訊移除方法中，是以輻射基底函數類神經網路 (radial basis function networks ,RBF Networks) 做為網路架構；本章將說明 RBF 之架構，以及本論文所使用的學習法則，Chen and Billings(1992)所提出的正交最小平方法則(orthogonal least squares algorithm, OLS)，並說明本文在應用此法則時所做的調整。

2.1 網路架構

輻射基底函數神經網路為具有單一隱藏層的類神經網路，它的結構類似於兩層感知器(perceptron)，如圖 2.1 所示，其中輸入層和隱藏層間的每個神經元完全相互連結 (full connected)。而本論文中 RBF 網路的隱藏層神經元轉移函數(transfer function)為廣泛使用的高斯函數，如式(2.1)所示：

$$\varphi_j(\|x - c_j\|, \rho) = \exp\left(-\frac{\|x - c_j\|^2}{\rho^2}\right) \quad (2-1)$$

其中， x 為測試樣本， c_j 為 RBF 隱藏層神經元的中心點(center)， ρ 為高斯函數的寬度值(width)，而 $\|\cdot\|$ 表示歐基里德範數(Euclidean Norm)。

至於網路中隱藏層神經元和輸出層神經元之間的輸出加權值，都只是簡單的訊號相乘，而輸出層神經元也僅將輸入值相加成為網路輸出，因此 RBF 網路可以用式(2-2)的映射關係 $f : R^n \rightarrow R^m$ 來表示。

$$f_i(x) = \hat{y}_i = \sum_{j=1}^J \phi_j(\|x - c_j\|, \rho) \cdot \theta_{ji} \quad i = 1, \dots, m \quad (2-2)$$

其中：

J : 隱藏層神經元的總數。

m : 輸出層神經元的個數。

\hat{y}_i : 網路第 i 個輸出層神經元的網路輸出值。

θ_{ji} : 第 j 個隱藏層神經元到第 i 個輸出輸出層神經元的輸出加權值。

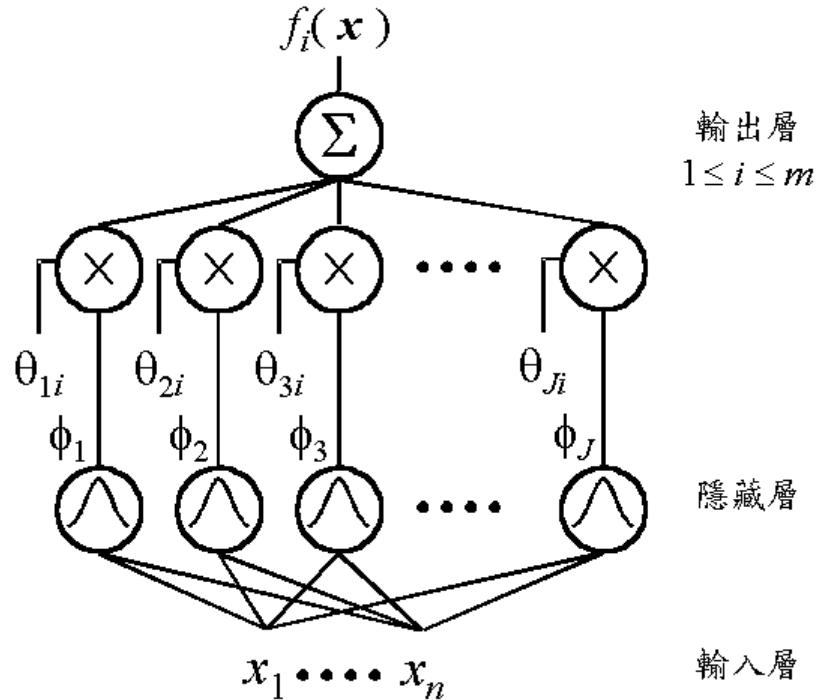


圖 2.1 輻射基底函數類神經網路架構圖。

所以，在 RBF 網路的訓練過程中，只要決定適當的隱藏層神經元中心點、寬度值及輸出加權值，即可得到一個描述 $f: x \rightarrow y$ 函數映射 (mapping) 的 RBF 網路。

2.2 正交最小平方法則

在前一節說明 RBF 網路的架構之後，本節則要說明本文中所使用的學習法則。Chen and Billings(1992)所提出的正交最小平方法則(OLS)，是可依序增加隱藏層神經元的網路學習方法，其中神經元的中心點是由訓練資料

的輸入變數向量中選出。網路的輸出加權值則藉由最小化目標函數 (objective function) 來求得，如式 (2-3) 所示。

$$E(\mathbf{c}, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^m (y_{ki} - \hat{y}_{ki})^2 \quad (2-3)$$

其中， N 表示訓練樣本的總數， y_{ki} 和 \hat{y}_{ki} 分別表示第 k 個訓練樣本的第 i 個期望輸出值 (desired output) 和網路實際輸出值 (actual output)。在此，可將 RBF 網路表示成如下式 (2-4) 所示的線性迴歸模式：

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^J \phi_j(t) \theta_{ji} + e_i(t) \quad 1 \leq i \leq m \quad (2-4)$$

其中， ϕ_j 表示為第 j 個隱藏層神經元的輸出， t 則為訓練樣本的計數指標， θ_{ji} 為隱藏層及輸出層之間的輸出加權值。而 y_i 和 e_i 二項分別代表期望輸出和訓練誤差。如將所有訓練樣本並列，則可將上式 (2-4) 組合成線性聯立方程式，並表示成式(2-5)的型式：

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Theta} + \mathbf{E} \quad (2-5)$$

因此，在利用正交最小平方法則求取 RBF 網路時，先將 矩陣轉換成多組互相垂直的向量式 (2-6) 後求解，即得到網路輸出加權值。

$$\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{W} \mathbf{B} \quad (2-6)$$

其中， $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1 \cdots \mathbf{w}_J]$ 為正交矩陣，亦即當 $i \neq j$ 時， $\mathbf{w}_i^T \mathbf{w}_j = 0$ ， \mathbf{B} 為對角線元素皆為 1 的上三角矩陣。

最後，說明 OLS 訓練法則的訓練程序；法則中是利用逐步增加網路隱藏層神經元數目，當每增加一個隱藏層神經元時，則嘗試將每個訓練樣本的輸入部份當作中心點，逐一比較每筆訓練樣本在成為中心點後，所得到的誤差下降比(error reduction ratio, ERR)，然後選擇具有最大誤差下降比的訓練樣本成為新的 RBF 中心點，利用線性最小平方(least squares, LS)求解網路輸出層與隱藏層間輸出加權值，進而逐步擴增網路的架構。

2.3 本文 RBF 網路所使用的學習法則

在本論文所提出的雜訊移除方法中，使用的 RBF 網路學習法則是引用林楨亮（碩士論文,2001）中，針對 OLS 演算法做調整後的學習法則，其中包括隱藏層神經元的參數調整、網路輸出加權值求解部分以及 Early Stop 機制。

2.3.1 隱藏層神經元參數

本論文的 RBF 網路是使用高斯函數，如式(2-1)所示，做為隱藏層神經元的轉移函數；由於當輸入向量愈靠近高斯函數中心點時，可以得到較大的網路輸出修正量，因此將所有樣本點做為中心點候選人，直接以網路的均方誤差(Mean Square Error)，如式(2-7)所示，做為選擇中心點的依據；選擇使得網路具有最小均方誤差的中心點候選人，做為神經元確定中心點。

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|^2 \quad (2-7)$$

其中， N 為資料筆數， y_i 為期望輸出， \hat{y}_i 為網路實際輸出。

此外，不同的寬度值有不同的函蓋範圍，也就是修正範圍有所不同，在相關研究中 RBF 隱藏層神經元寬度值多是使用經驗公式，例如：寬度值隨神經元增加而遞減或寬度值隨神經元增加固定不變，均是靜態決定 RBF 隱藏層神經元寬度值，並沒有視誤差分佈情形決定神經元寬度值；因此，在本論文中提出以最近鄰居中心點間距離為神經元寬度值，如下式(2-8)

$$\rho^{new} = \min \left\| centre^{new} - centre^{old} \right\| \quad (2-8)$$

其中， ρ^{new} 指本顆神經元的寬度值， $centre^{new}$ 指本顆神經元的中心點位置， $centre^{old}$ 指以前所有神經元中心點的位置。而在中心點周圍樣本點將會受到神經元高斯函數的修正，本論文高斯函數中心點是選擇使得網路具最小誤差的資料點上，以 nn 分類器的觀點而言，此中心點若視為原型點，則其中

心點附近之樣本點有可能是屬於訓練誤差較大的『同類別』樣本點，因此兩中心點間的樣本點最可能需要高斯函數的加權修正，故應用最近鄰居中心點寬度值，將可依據訓練樣本的訓練誤差分佈情形，動態決定 RBF 隱藏層神經元的寬度值，因此從第二顆神經元起均使用最近鄰居中心點間距離作為神經元寬度值。

2.3.2 求解網路輸出加權值

RBF 第二階段訓練目的為求取網路輸出加權值，此部分為單純的線性問題，在本論文中應用 QR Algorithm (Parlett,2000 ; William,1988) 求解輸出加權值，QR Algorithm 是指考慮求解線性方程式，如下式 (2-9) 所示

$$AX = b \quad (2-9)$$

先將 A 矩陣分解成 Q 、 R 兩矩陣，其中 Q 為正交矩陣， R 為上三角矩陣，再應用 Q 、 R 矩陣的特性進行求解。然而，改以應用 QR Algorithm 求解網路輸出加權值的原因，在於 QR Algorithm 在數值分析上具有較佳的穩定性，以及 QR Algorithm 搭配 RBF 類神經網路訓練時，當網路增加一顆神經元時，傳統解 Least Square 問題的技巧，即視為全新的問題重新求解式(2-9)，但 QR Algorithm 只需對新加入的神經元處理，如此將可節省計算量。

2.3.3 Early Stop 機制

當網路逐漸增加神經元時，可能造成訓練誤差逐漸下降，但測試誤差卻逐漸上升，而造成這個現象的原因，在於神經元增加過多時會造成網路訓練時遷就雜訊形成過度學習 (over-fitting) 的現象；此時 RBF 網路雖然得到較佳的訓練誤差，但引申能力卻不良。因此，在訓練 RBF 網路時，應用交互驗證(cross-validation)的概念 (Haykin,1999)，其作法是在訓練網路時，除了訓練資料(training set)、測試資料(test set)，另包含了驗證資料

(validation set) , 也就是由訓練資料提供資訊建立網路，由驗證資料找出具有較佳引申能力的網路，當找出具有較佳引申能力時，即提早結束訓練 (Early Stop) , 如圖 2.2 所示。

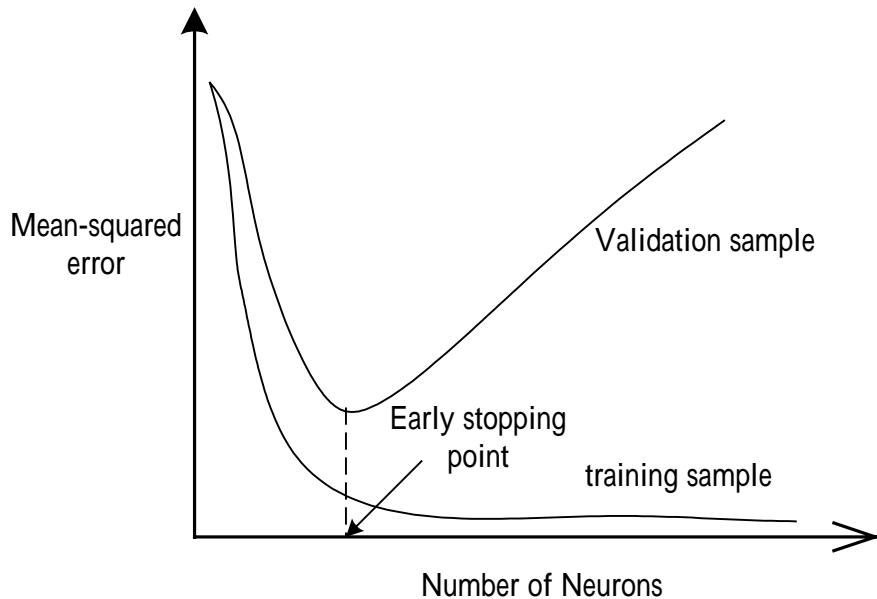


圖 2.2 Early stop 機制示意圖。

應用 Early stop 機制，除了可使網路在具有較佳引申能力時停止訓練避免過度學習的優點之外；當網路以隱藏層神經元上限或容許誤差下限作為停止訓練條件時，在網路訓練前通常需要使用經驗法則來決定這些參數值，而使用 Early stop 機制，即可使網路藉由驗證均方誤差增加時，停止訓練來減少參數調整的程序。

最後，Early stop 機制應用在本論文的方式，是隨著神經元逐漸增加，當連續兩顆神經元驗證誤差大於之前神經元驗證誤差時，也就是第 $P+1$ 顆神經元驗證誤差大於第 P 顆神經元驗證誤差，第 $P+2$ 顆神經元驗證誤差大於第 P 顆神經元驗證誤差，則定義第 $P+2$ 顆神經元發生 early stop，網路停止訓練，並恢復網路至之前第 P 顆神經元具最佳引申能力之狀態，而取連續兩顆神經元驗證誤差作比較的用意，在於避免驗證誤差出現小幅振盪的現象，造成 Early stop 機制判斷網路停止訓練的時機錯誤。本文所使用的 RBF 學習法則流程歸納如下圖 2.3 所示：

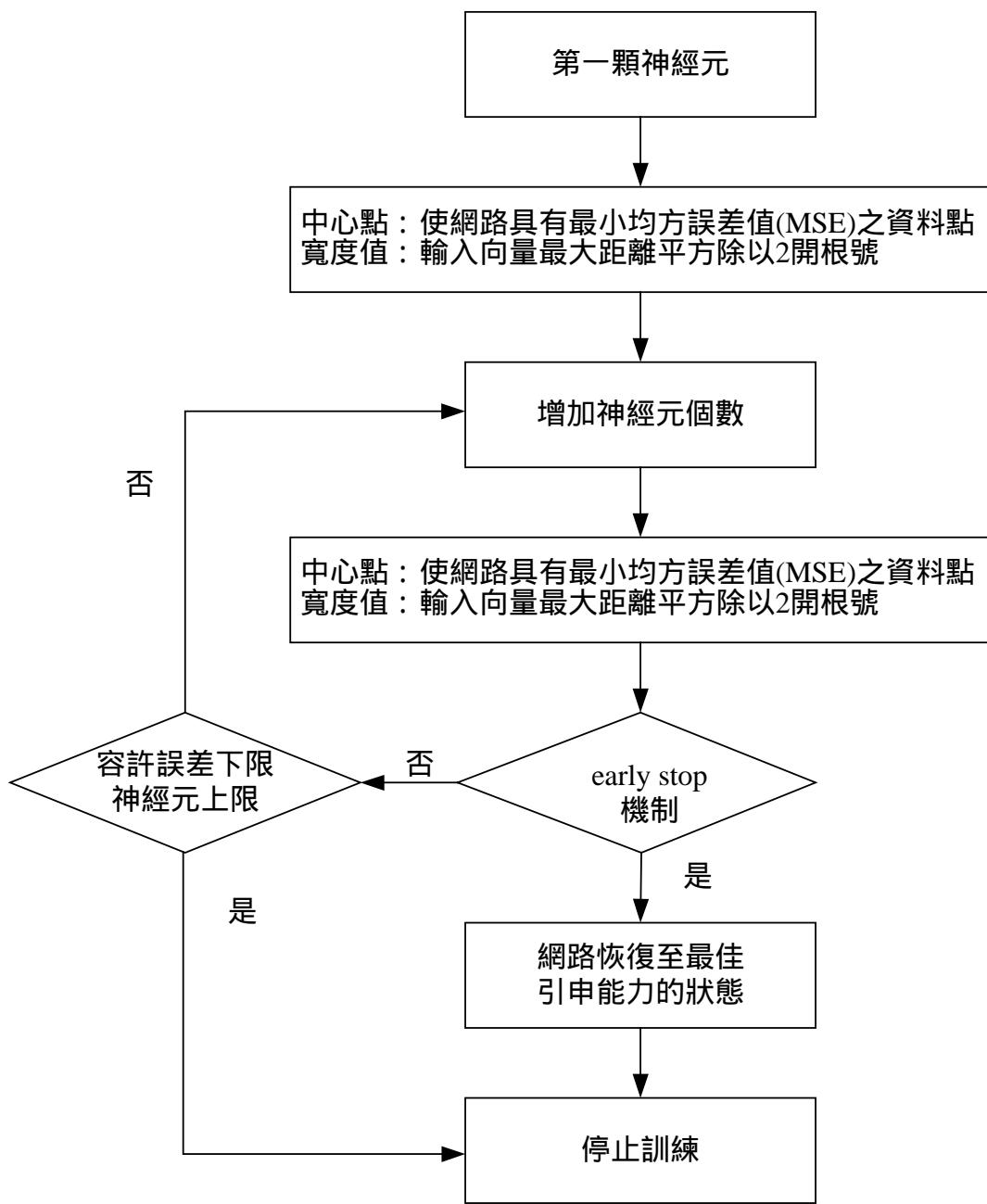


圖 2.3 本文所使用 RBF 學習法則的流程圖。

第三章 處理一維訊號雜訊移除問題

實際系統中（例如：通訊系統、控制系統 等），訊號受到雜訊影響是經常發生，舉例來說，因為系統性能要求必需應用一些方法對訊號做處理（例如：壓縮、編碼、解壓 等），而這些方法在使用上往往會有雜訊產生；亦或者是系統中電子裝置的性能不佳也會使訊號受到雜訊干擾，而雜訊存在對於系統輸出結果會有很大的影響；因此，如何將雜訊移除也成為訊號處理領域中重要課題之一，其中許多濾波器的設計方法被提出來解決雜訊存在的問題；而有別於目前常見的設計方法，類神經網路在訊號處理上的應用也是日漸引起研究人員重視；而本論文所提出的雜訊移除方法，主要是應用輻射基底函數類神經網路（Radial Basis Function Neural Networks）做為類神經網路的架構，利用網路模擬系統輸入與輸出之間的映射關係，以及使用統計學中交互驗證（cross-validation）的概念（Haykin,1999），藉由網路學習效果做為判斷訊號是否受到雜訊影響的依據，並針對受到雜訊干擾的訊號做雜訊移除的處理。

在本章接下來的幾個小節中，將先針對一維訊號雜訊移除的問題，提出本論文所發展的雜訊移除方法；此外，本章利用函數模擬受到雜訊影響的訊號，藉由對此函數作雜訊移除處理加以測試本論文所提出的方法。

3.1 訊號雜訊移除方法概念說明

在前一章，對於本文提出的雜訊移除方法中，所使用的 RBF 網路架構以及學習法則已有詳盡的介紹；其中，本文為避免網路在訓練過程中發生過度學習（over-fitting）的現象，以使網路能有較佳的引申能力，為此本文應用統計學中交互驗證的概念，並加入 Early Stop 停止訓練條件的方法，將原始資料隨機區分成訓練資料以及驗證資料，利用訓練資料的資訊

建立並訓練網路，而驗證資料用來評估網路的學習效果，藉以停止網路繼續訓練。

其中，驗證資料除了上述找尋最佳 RBF 網路的功用之外，在本文所提出的雜訊移除方法上，將利用驗證資料進入網路做測試後，所得的誤差值大小取絕對值後做為判斷雜訊點的依據，而在本文方法中將驗證資料中誤差值愈大的部分視為受到雜訊影響資料點；因為當 Early-Stop 機制發生時，停止神經元個數的增加，此時網路的性能最佳可以充分代表欲模擬函數的映射關係，因此當含有雜訊的驗證資料點進入網路測試引申能力時，此時驗證資料點的實際輸出值(actual output)，會比較近似於理想網路輸出值，而不是受到雜訊影響下的期望輸出值 (desired output)，所以受到雜訊影響的驗證資料點，其誤差值會大於其他未受雜訊干擾驗證資料點的誤差值；所以本文所提出的方法，希望藉由原始資料點經由多次隨機分割，使得每一筆資料點都能被分成為驗證資料點，藉由驗證資料點評估網路效能，而所得的誤差值做為資料點是否受到雜訊影響的依據。

3.2 訊號雜訊移除方法詳細流程說明

在前一節說明本文方法所使用的概念後，在本節將整個方法詳細的運作程序描述如下：

步驟一：將原始資料點隨機分割成為訓練資料點以及驗證資料點後，進入 RBF 網路進行訓練。

步驟二：利用訓練資料點訓練 RBF 網路，並利用驗證資料點做為 RBF 網路停止訓練以及評估網路訓練成效的依據。

步驟三：提早停止學習 (Early Stop) 機制發生，RBF 網路訓練完成，紀錄驗證資料點進入 RBF 網路測試後的絕對誤差值。

步驟四：重覆步驟一到步驟三的程序，到達設定的運算次數之後停止，累加各原始資料點被分成為驗證資料點時的絕對誤差值，以及被分為驗證資料點的次數。而運算多次的原因，在於為使每一筆原始資料點隨機分割時，被分成為驗證資料點的機會相同；此外，也藉由多次運算降低所得到數據的差異性，提昇實驗精確性。

步驟五：計算各個原始資料點成為驗證資料點的平均絕對誤差值；

如下列式 (3-1) 所示：

$$E_{ave,i} = \frac{\sum_{j=1}^{C_i} |\hat{y}(i,j) - y_i|}{C_i} \quad (3-1)$$

$\hat{y}(i,j)$ ：第 i 筆原始資料點，在第 j 次被分成為驗證資料點時的實際輸出值。

y_j ：第 i 筆原始資料點的期望輸出值 (desired output)。

C_i ：第 i 筆原始資料點被分成為驗證資料點的次數。

而計算平均誤差值的目的，在於每一筆原始資料點成為驗證資料點的機會不一樣，所以在計算誤差值大小的部分，是累加每一點資料點的誤差值後，再除以被分成為驗證資料點的次數而得。

步驟六：將原始資料點的平均絕對誤差值 $E_{ave,i}$ 由大到小進行排序。

步驟七：判斷雜訊點數目。

在完成平均誤差值排序後，依照本文的構想，是將平均誤差值較大的資料點，判斷為受到雜訊影響的資料點；但是，實際上在完成本文方法中前六個步驟後只能得到平均誤差值大小的排序，還是無法判斷哪些資料點是受到雜訊的影響，所以，在此必須要提出一個判斷資料點是否受到雜訊影響的方法；因此，本文藉由函數模擬受到雜訊影響的訊號，且利用此函數移除雜訊的過程，對於本文所提雜訊移除方法的前六個步驟做驗證，並提出解決判斷雜訊點問題的方法。

在此，本文舉一指數函數來模擬實際的訊號，如下式 (3-2) 以及圖 3.1 所示，藉以測試本文所提出的雜訊移除方法中前六個步驟，而在這裡

$$f(x) = e^{-x^2} \quad (3-2)$$

為了模擬受到雜訊影響的訊號，因此函數需要包含雜訊，所以將式 (3-2) 改寫成如式 (3-3) 所示

$$y(x) = f(x) + noise \quad (3-3)$$

其中， $y(x)$ 為受到雜訊影響的函數， $f(x)$ 為未受雜訊影響函數， $noise$ 為雜訊；而在這個實驗中，雜訊模型選擇脈衝雜訊 (Impulse Noise)，並利用隨機方式選取 5% 的資料點受到脈衝雜訊的影響，如圖 3.1 (b) 所示，而原始資料點的選取，則是在 $[-2, 2]$ 的區間內取 500 筆資料點，所以有 25 筆資料點受到脈衝雜訊的影響，之後隨機分割成 80% 的訓練資料點以及 20% 的驗證資料點之後，進入 RBF 網路做訓練；而網路架構參數設定為，容許神經元上限設為 50 顆神經元，選取 10 個樣本點當中心點候選人；在網路訓練完成後，重覆上述步驟 100 次之後，計算各個資料點被分割成為驗證資料點時的平均誤差值，並依照平均誤差值大小將原始資料點加以排名。

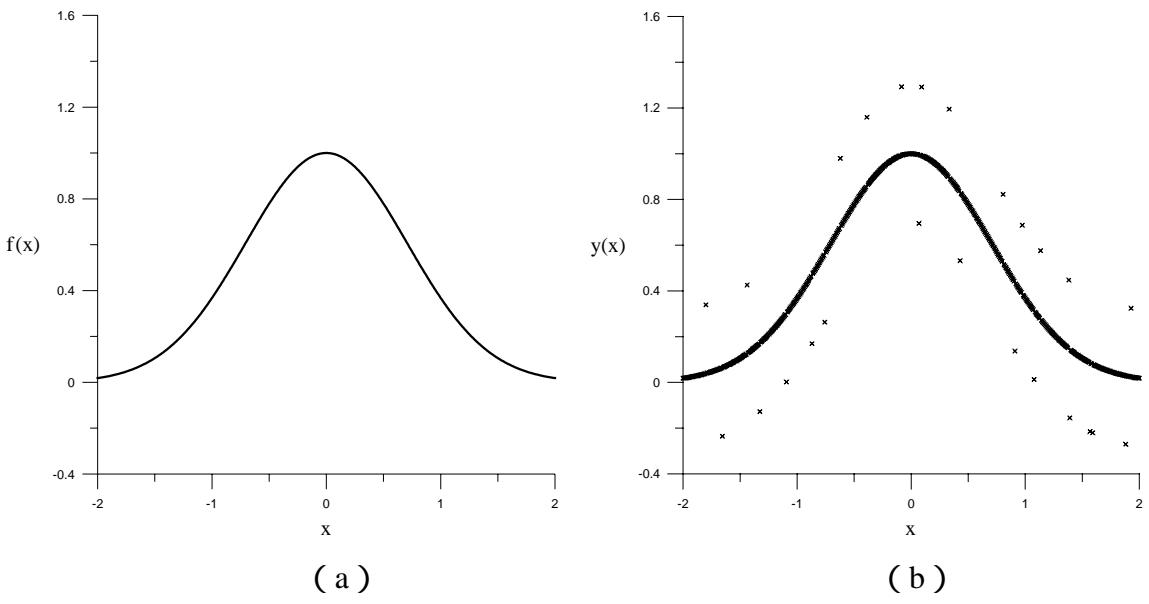


圖 3.1 比較函數 $f(x) = e^{-x^2}$ 在受到雜訊影響前後的示意圖。

(a) 受到雜訊影響的函數圖形。

(b) 受到 5% 脈衝雜訊影響的函數圖形。

在完成本文方法前六個步驟後，繪出原始資料點的平均誤差值大小與排名關係圖，如下圖 3.2 所示；並將平均誤差值大小排名為前 5%（前 25 名）的資料點，直接標記在受到雜訊影響的函數圖形上，如下圖 3.3 所示；

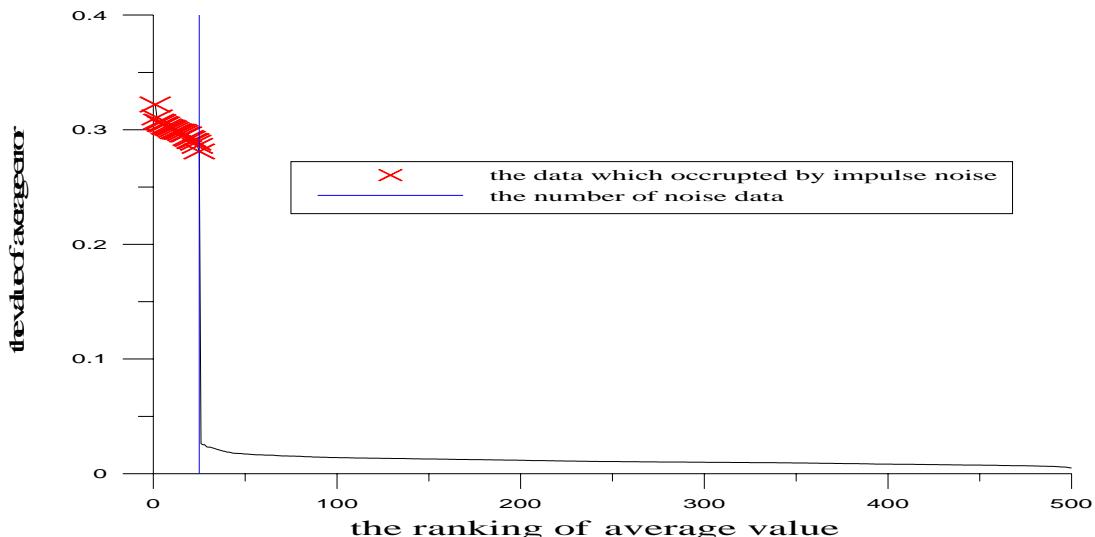


圖 3.2 原始資料點平均誤差值排名與大小關係圖。

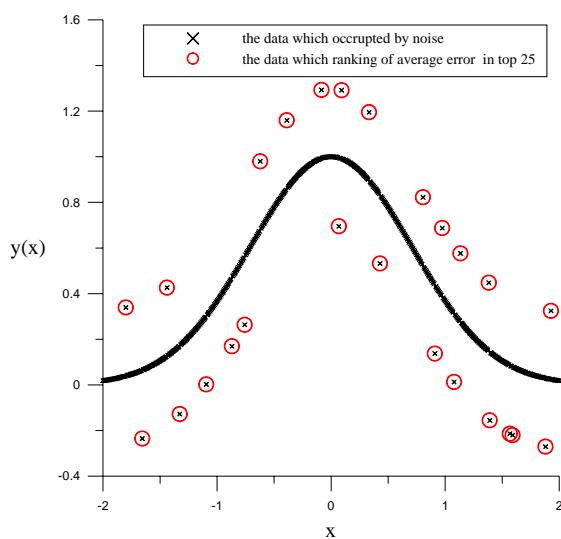


圖 3.3 平均誤差值大小排名為前 5%（前 25 名）的資料點在函數圖形上的分佈示意圖。其中‘x’代表受到雜訊影響的資料點，‘o’代表平均誤差值大小排名為前 5%（前 25 名）的資料點。

觀察圖 3.2 以及圖 3.3 可以發現，受到雜訊影響資料點的排名確實如本文方法所假設皆排名在所有資料點前 5% (前 25 名)；此外，亦如所預期，受到雜訊影響資料點其平均誤差值會遠大於其他未受雜訊影響資料點；而觀察原始資料點平均誤差值排名與其大小的關係曲線，在受到雜訊影響以及未受雜訊影響資料點之間會有一很大轉折發生，因此，本文根據這個現象，提出解決判斷雜訊點問題的方法，也就是將關係曲線中的轉折點求出，將排名在此轉折點之前的資料點判斷為受到雜訊影響資料點。

至於，如何求解關係曲線的轉折點所在位置，在此，本文應用線性近似 (Linear Approximation) 的觀念，求解步驟如下所示：

- 1、將平均誤差值大小排名在首位的資料點設為起始點，排名末位的資料點設為終點。
- 2、設排名為第 i 名的資料點設為操作點。求解起始點與操作點 i 兩點之間的直線方程式 L_f ，以及操作點 i 到終點兩點之間的直線方程式 L_b 。
- 3、計算分佈在起始點與操作點兩點之間，各個資料點到直線方程式 L_f 的平方誤差和 E_f ，以及計算分佈在操作點到終點兩點之間，各個資料點到直線方程式 L_b 的平方誤差和 E_b 。
- 4、計算第 i 名資料點的總誤差和值 E_i ，其中 $E_i = E_f + E_b$ 。
- 5、操作點更換為排名第 $i+1$ 名的資料點，重複步驟 2 到步驟 4 計算每一筆資料點的總誤差和值 E_i 。
- 6、找尋總誤差和值 E_i 為最小的資料點排名所在，此處即為轉折點的位置。

在完成上述六點求解轉折點的步驟後，將排名在此轉折點之前的資料點，皆判斷為受到雜訊影響的資料點。

步驟八：將被判斷為雜訊的資料點從原始資料點中移除。

步驟九：將刪除雜訊後的資料點，隨機分割成為訓練資料點以及驗證資料點，重複步驟二訓練網路。

步驟十：提早停止學習（Early Stop）機制發生，移除雜訊後的 RBF 網路訓練完成。

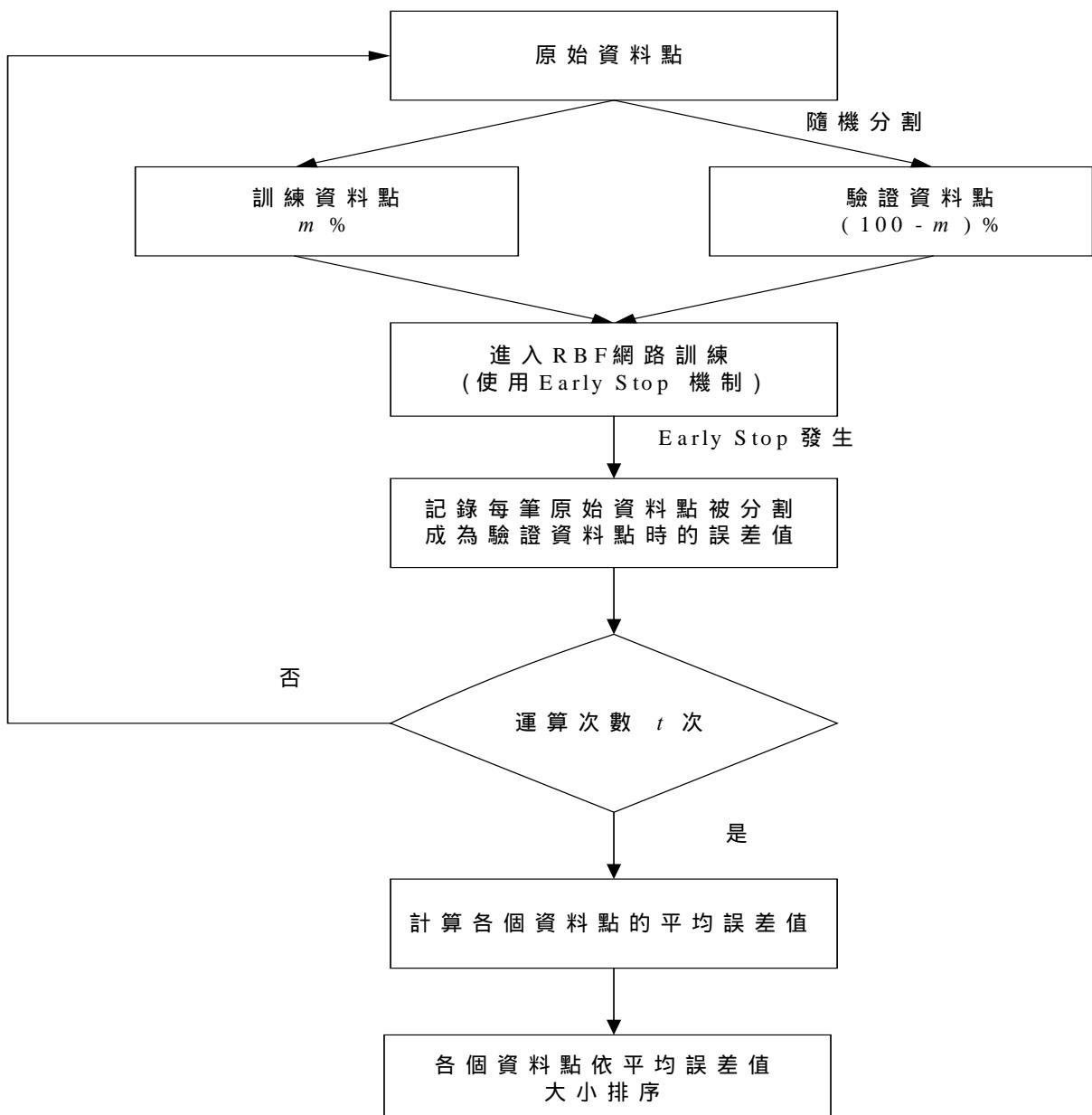


圖 3.4 本文雜訊移除方法的流程圖 (一)

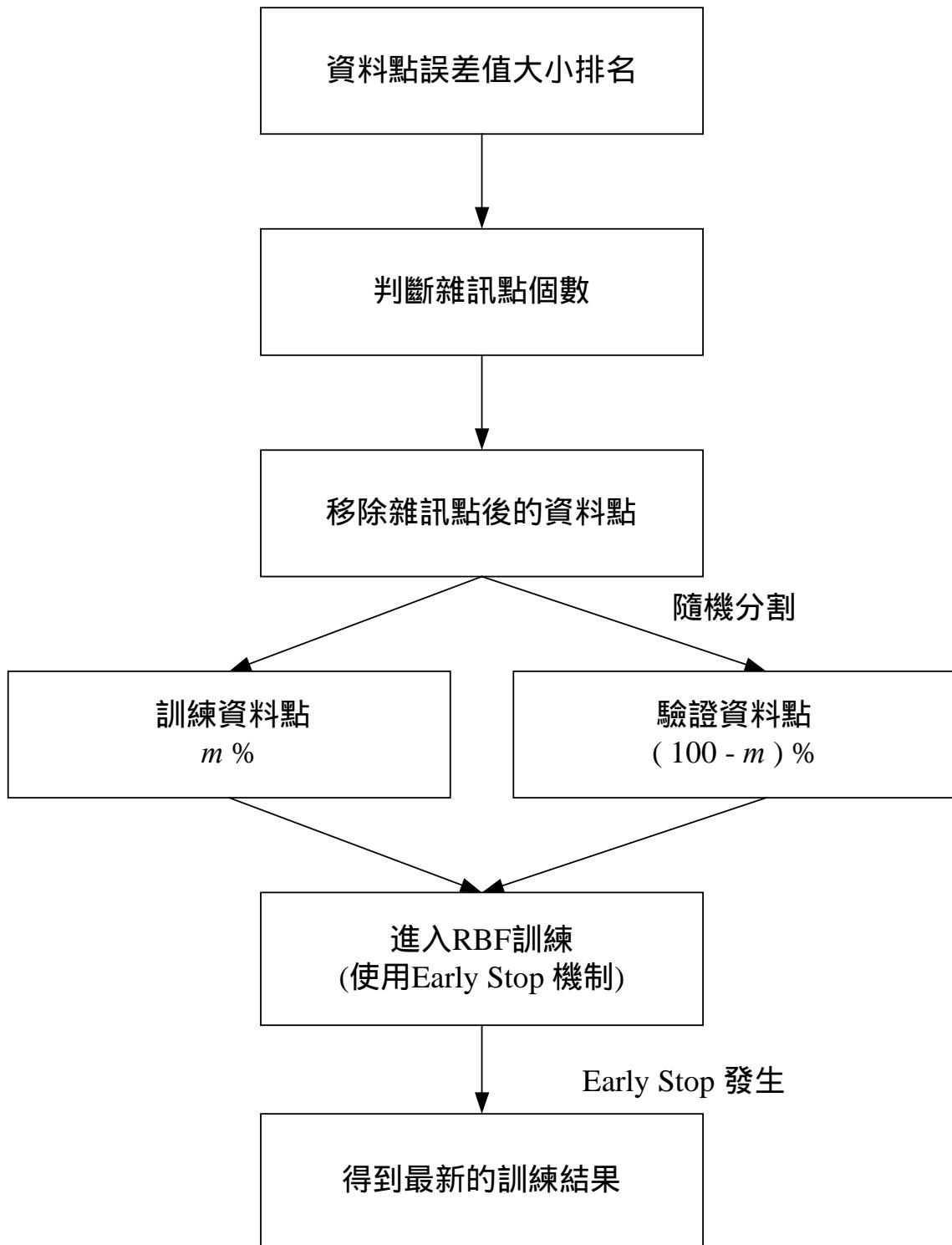


圖 3.5 本文雜訊移除方法的流程圖 (二)。

3.3 實驗結果與分析

在本節中將藉由函數模擬實際的訊號，並測試函數在受到不同雜訊模型影響下，本文方法對於雜訊移除的能力；而在實驗進行前，本文先說明在實驗中所使用到的雜訊模型，其中包括高斯雜訊 (Gaussian Noise Model) 、脈衝雜訊(Impulse Noise Model)以及 Gross Error Model 等三種雜訊模型，並舉一例子來說明當函數在這三種雜訊模型影響下會有何種變化 (如圖 3.6 所示)。

3.3.1 Gaussian Noise Model

高斯雜訊可以利用其機率密度函數(probability density function) $f(x)$ 做說明，如式 (3-5) 所示：

$$f(x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\|x-\mu\|^2\right)} \quad (3-5)$$

其中， μ 代表 x 的平均值 (mean)， σ 代表 x 的標準差 (standard deviation)，而通常高斯函數以平均值 (mean)，以及變異數 (variance) 兩個參數來描述，如下列式 (3-6) 以及式 (3-7) 所示：

平均值 (mean)

$$\mu = E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \quad (3-6)$$

變異數 (variance)

$$\sigma^2 = E[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x)dx \quad (3-7)$$

3.3.2 Impulse Noise Model

在本章實驗中所使用的脈衝雜訊模式，乃是在模擬訊號的函數中，隨機選取不同比例資料點加上或減去一個人工設定的雜訊值（例如：在函數中選取 0.25% 的資料點加上 0.3 或是減去 0.3）。

3.3.3 Gross Error Model

在第三種雜訊模型選擇上，本文考慮到在實際訊號的狀況下，雜訊對於訊號的影響也會有大小不同的情形；因此，選擇 Gross Error Model，此模型參考 Liano (1996)，如式 (3-8) 所示，來對本文方法作測試。

$$D = \{ D \mid D = (1 - \delta)G + \delta H, 0 \leq \delta \leq 1 \} \quad (3-8)$$

其中，

δ ：嚴重雜訊點發生的機率。

G ：一般的高斯函數分佈 (usual distribution)

H ：對稱長尾的高斯函數分佈 (symmetric long tailed distribution)。

3.3.4 實驗結果

在實驗中，參考 Chuang et al. (2000) 中的例子，利用下列不同函數，如式 (3-9) 以及式 (3-10)，模擬實際的訊號藉以測試本文所提出的雜訊移除方法；如 3.2 節的流程所述，本文方法需要在訊號中選取資料點進入 RBF 網路做訓練，所以在原始資料點的選取上，是從 $[-2, 2]$ 的區間中選取 500 筆的原始資料點，並選取 5000 筆的測試資料點 (Testing Set)，作為測試本文方法移除雜訊能力所用。

$$y(x) = x^{2/3} \quad (3-9)$$

$$y(x) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x) \quad (3-10)$$

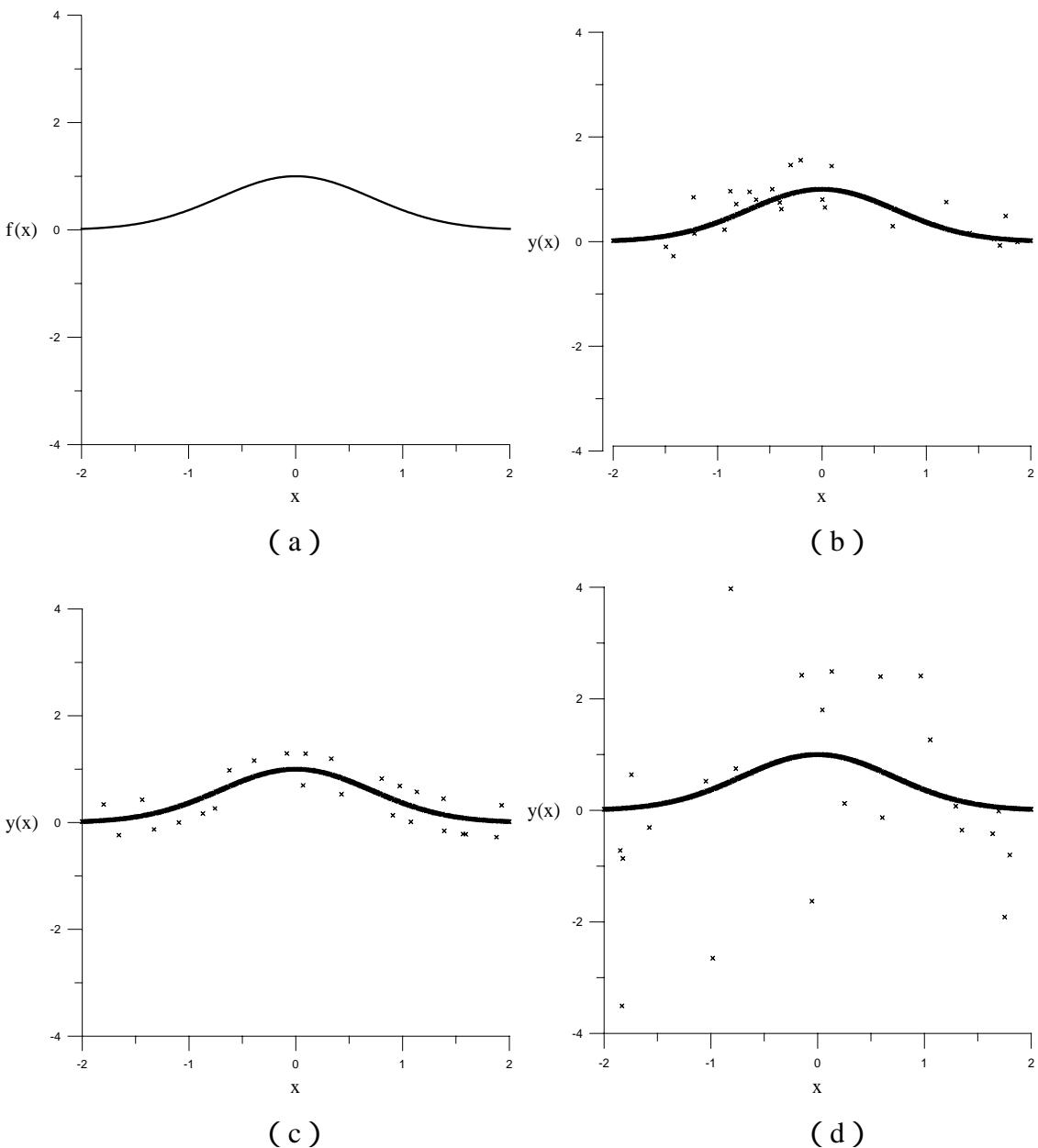


圖 3.6 比較函數 $f(x) = e^{-x^2}$ 在受到各種雜訊模型雜訊影響前後的圖形。

(a) 未受到雜訊影響的原函數圖形。

(b) 受到 5% 雜訊 (mean = 0 , variance = 0.1) 影響的函數圖形。

(c) 受到 5% 衝雜訊影響的函數圖形。

(d) 受到 5% Gross Error Model ($\delta = 0.05$, $G \sim N(0,0.1)$,

$H \sim N(0,10)$) 影響的函數圖形。

在選取完資料點後，對於實驗中的 RBF 網路參數，以及本文所提方法中需要設定的參數進行定義：

本文方法參數設定：

- 資料點分割比例：80% 訓練資料點，20% 驗證資料點。
- 運算次數：100 次。

RBF 網路架構設定：

- 容許神經元上限：50 顆神經元。
- 中心點候選人個數：10 個樣本點。

此外，本文利用計算 Root-Mean-Square (RMS) 誤差值來評量網路訓練以及測試的效果，如式 (3-11) 所示。

$$RMS = \sqrt{\sum_{p=1}^N (\hat{y}_p - y_p)^2 / N} \quad (3-11)$$

y_p : 期望輸出值。

\hat{y}_p : 實際輸出值。

N : 資料點個數。

3.3.4.1 本文方法在不同雜訊模型下的結果

在本節實驗中將藉由不同雜訊模型，測試本文所提出的雜訊移除方法；在進入實驗前先對資料點受雜訊影響的狀況進行定義，在實驗中是隨機選取 5% (25 筆) 資料點受到雜訊影響。雜訊模型中的參數設定如下所示：

- Gaussian Noise Model 參數設定： $mean = 0$, $variance = 0.1$ 。
- Impulse Noise Model 參數設定：資料點值隨機加上或減去 0.3。
- Gross Error Model 參數設定： $\delta = 0.05$, $G \sim N(0,0.1)$, $H \sim N(0,10)$ 。

I、函數 $y(x) = x^{2/3}$ 在不同雜訊模型下，使用本文雜訊移除方法後的結果

(1) 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian Noise 影響

表 3.1 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	26	0.0165722	0.0175838	0.016853
移除雜訊前	10.94	0.0726507	0.0753091	0.0362831
移除雜訊後	20	0.0175247	0.0204936	0.0289056

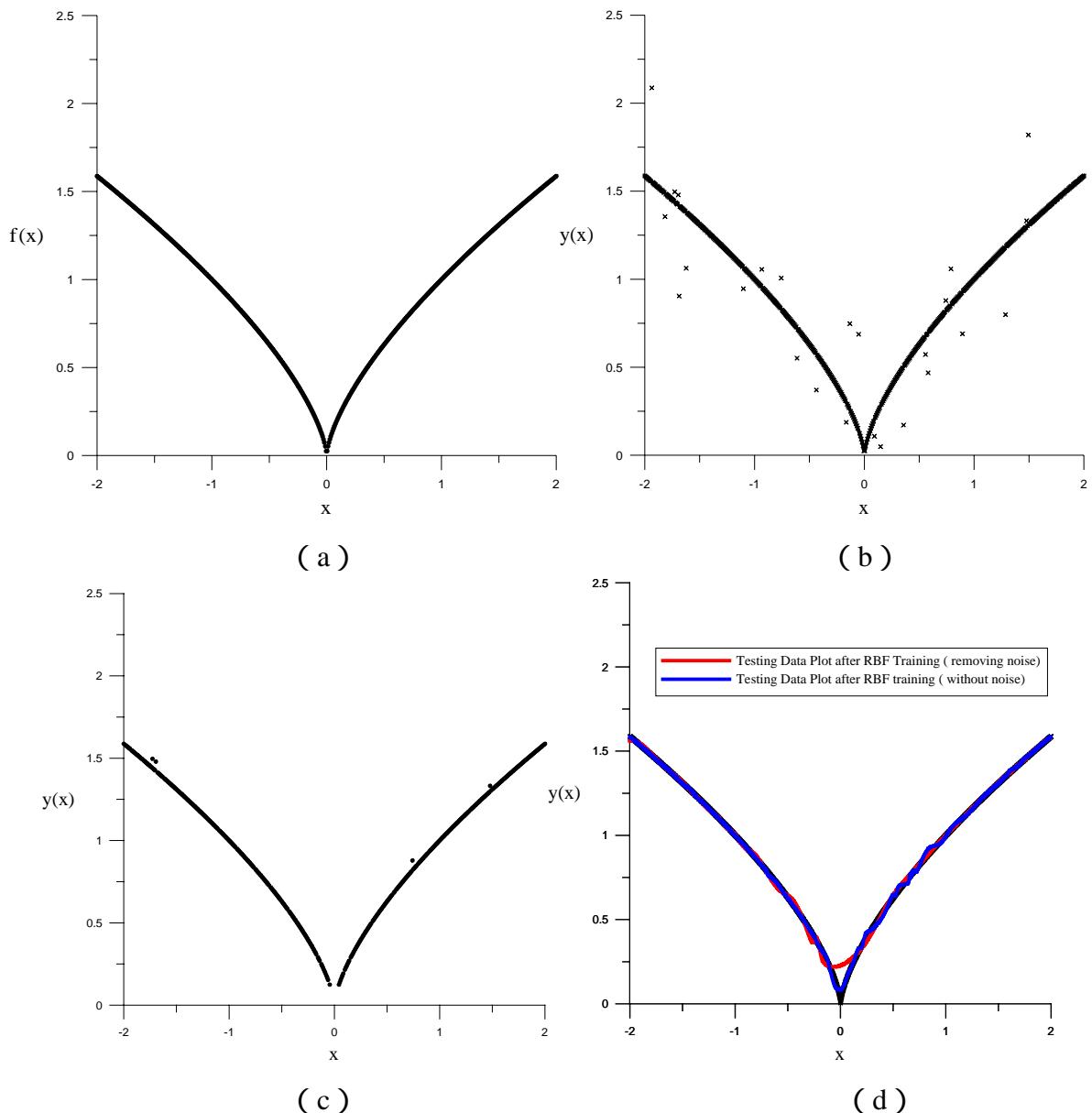


圖 3.7 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Gaussian noise 影響的函數圖形。
 (c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

(2) 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Impulse Noise 影響

表 3.2 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Impulse noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	26	0.0165722	0.0175838	0.016853
移除雜訊前	11.41	0.0725987	0.0715734	0.0311582
移除雜訊後	20	0.00909704	0.00630643	0.0216199

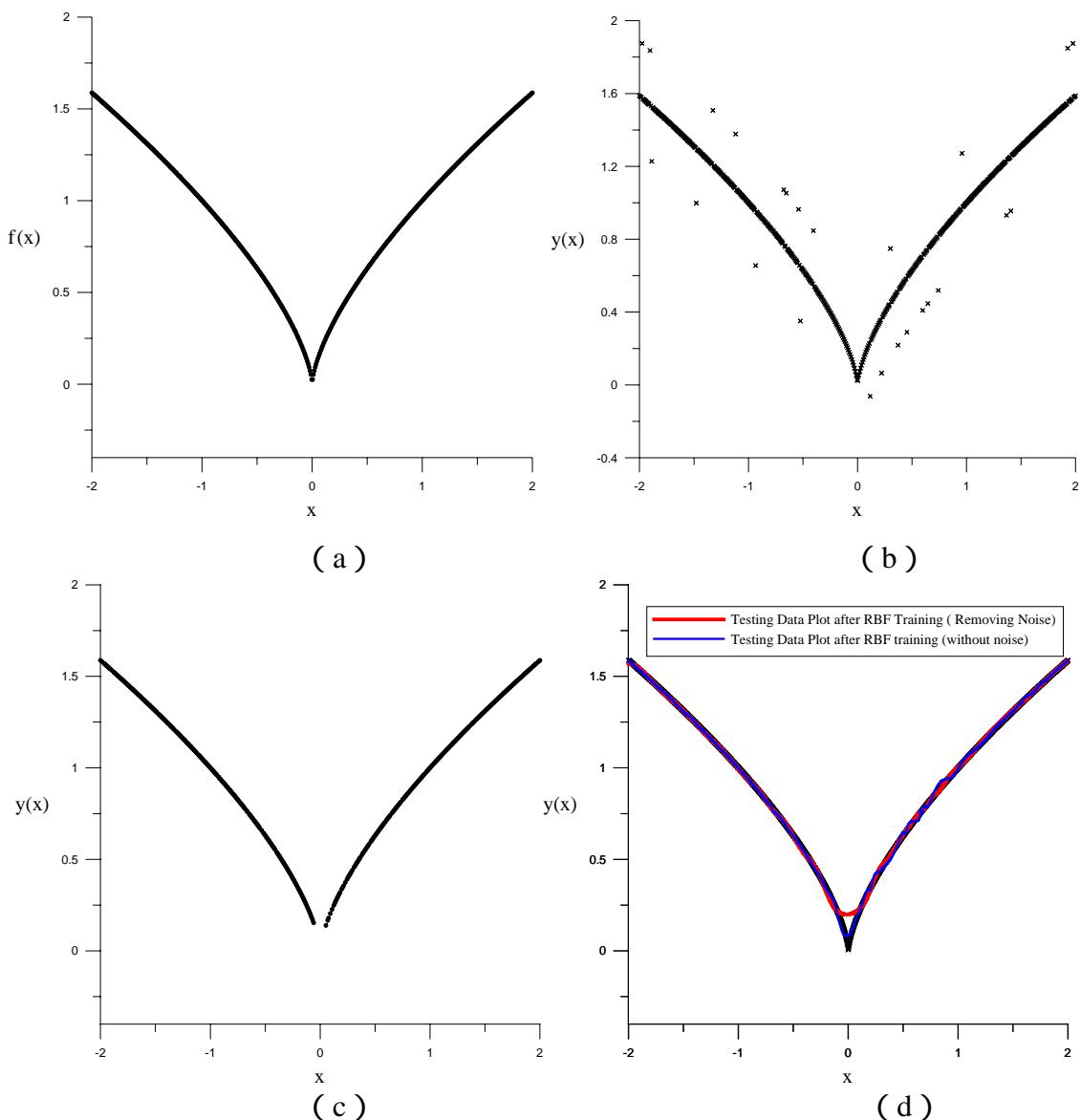


圖 3.8 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Impulse noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Impulse noise 影響的函數圖形。

(c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

(3) 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross Noise 影響

表 3.3 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 影響時雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	26	0.0165722	0.0175838	0.016853
移除雜訊前	5.51	0.356133	0.340865	0.0774443
移除雜訊後	20	0.0206675	0.0125817	0.0134392

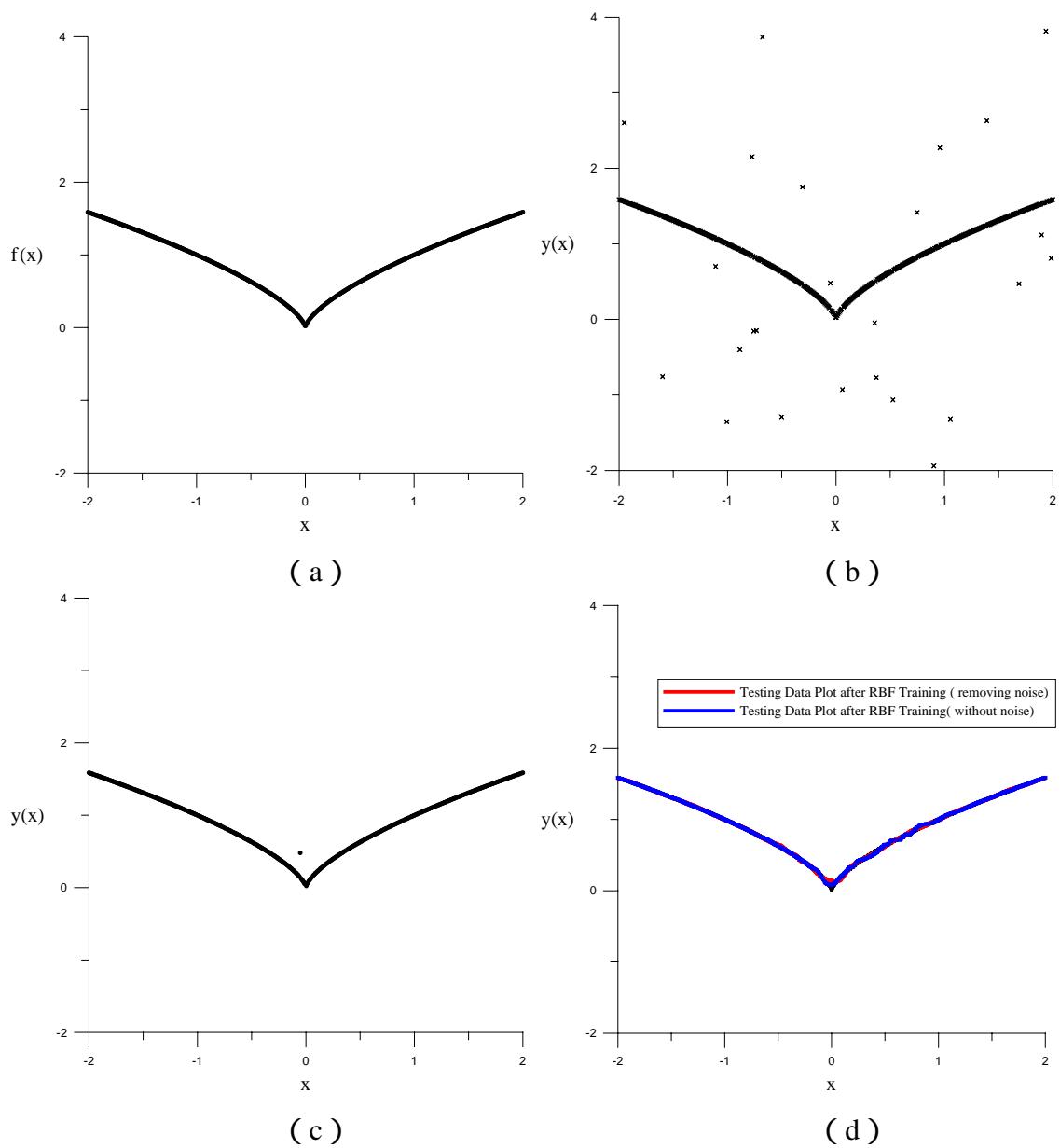


圖 3.9 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Gross noise 影響的函數圖形。

(c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

II、函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 在不同雜訊模型下，使用本文移除

雜訊方法後的結果

(1) 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gaussian Noise 影響

表 3.4 受到 5% Gaussian noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	31	0.0113675	0.0134156	0.011902
移除雜訊前	21.07	0.140454	0.135928	0.117244
移除雜訊後	37	0.0273925	0.0271712	0.0300517

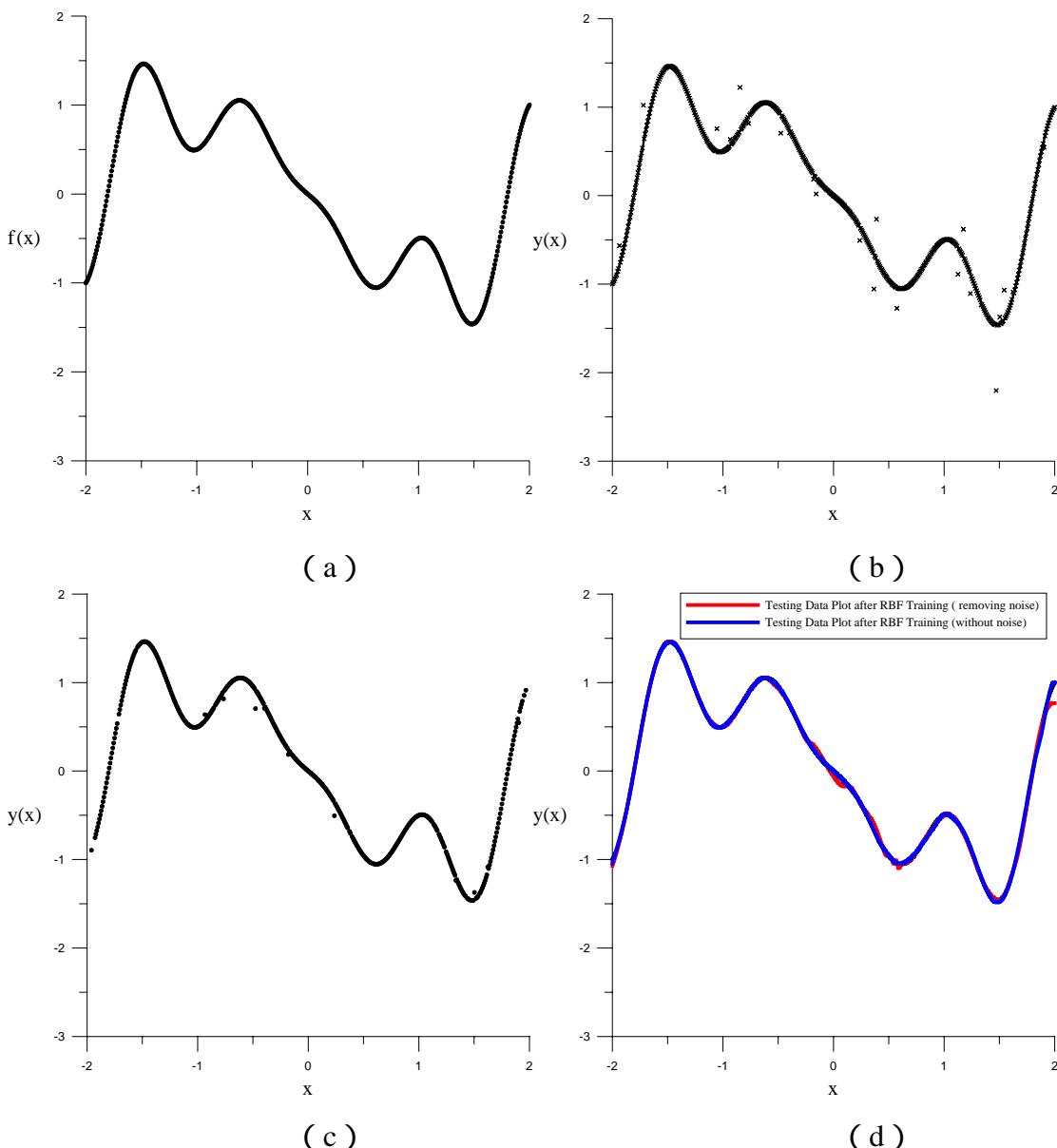


圖 3.10 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gaussian noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Gaussian noise 影響的函數圖形。

(c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

(2) 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Impulse Noise 影響

表 3.5 受到 5% Impulse noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	31	0.0113675	0.0134156	0.011902
移除雜訊前	20.97	0.118059	0.121959	0.0931161
移除雜訊後	25	0.0175973	0.017933	0.0198637

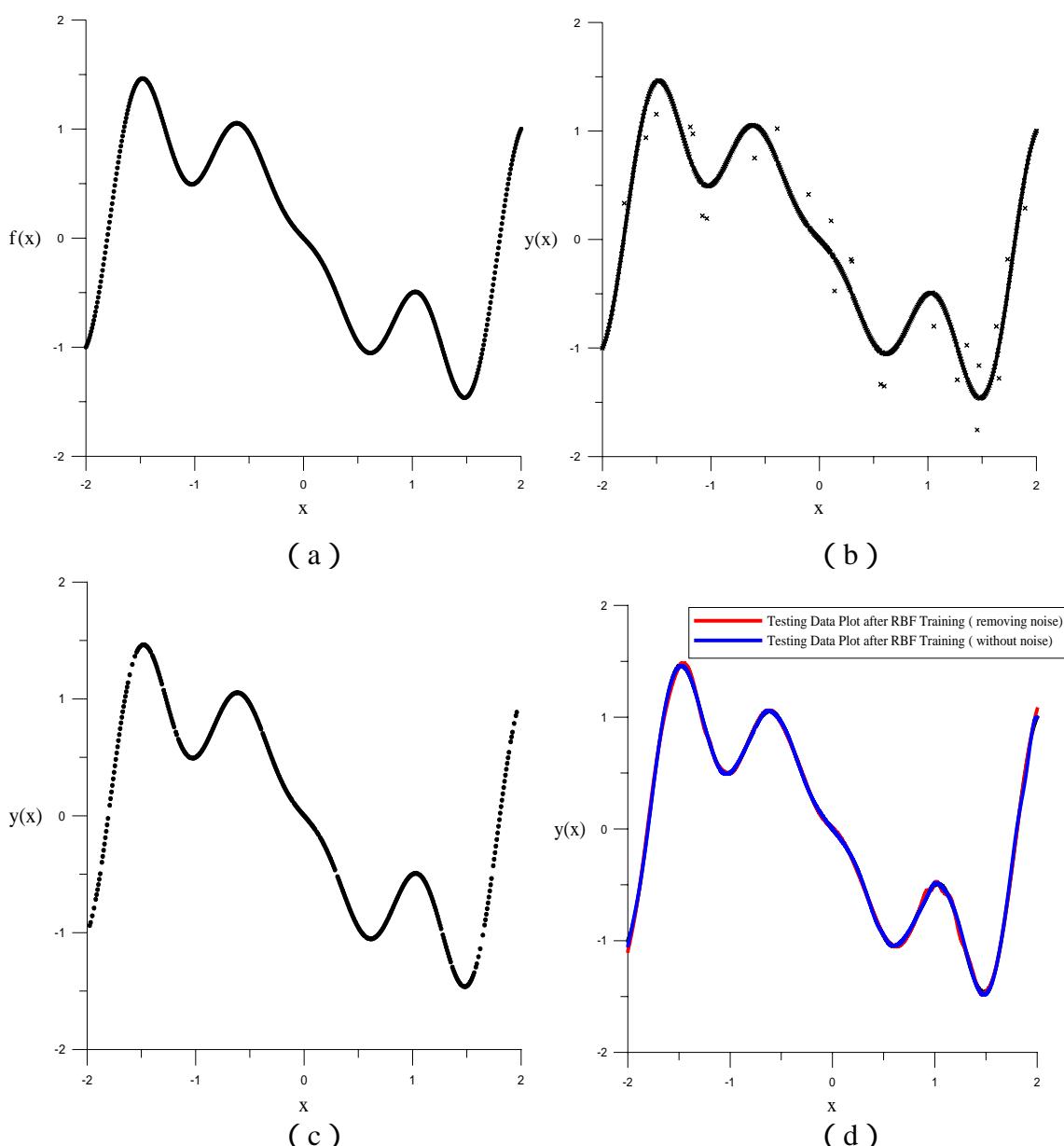


圖 3.11 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Impulse noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Impulse noise 影響的函數圖形。

(c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

(3) 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gross Noise 影響

表 3.6 受到 5% Gross noise 影響函數在雜訊移除前後網路訓練效能比較。

	Hidden Neuron	Training Error	Validation Error	True Error
未受雜訊影響	31	0.0113675	0.0134156	0.011902
移除雜訊前	12.95	0.340514	0.334695	0.189455
移除雜訊後	23	0.0366495	0.0322	0.0198724

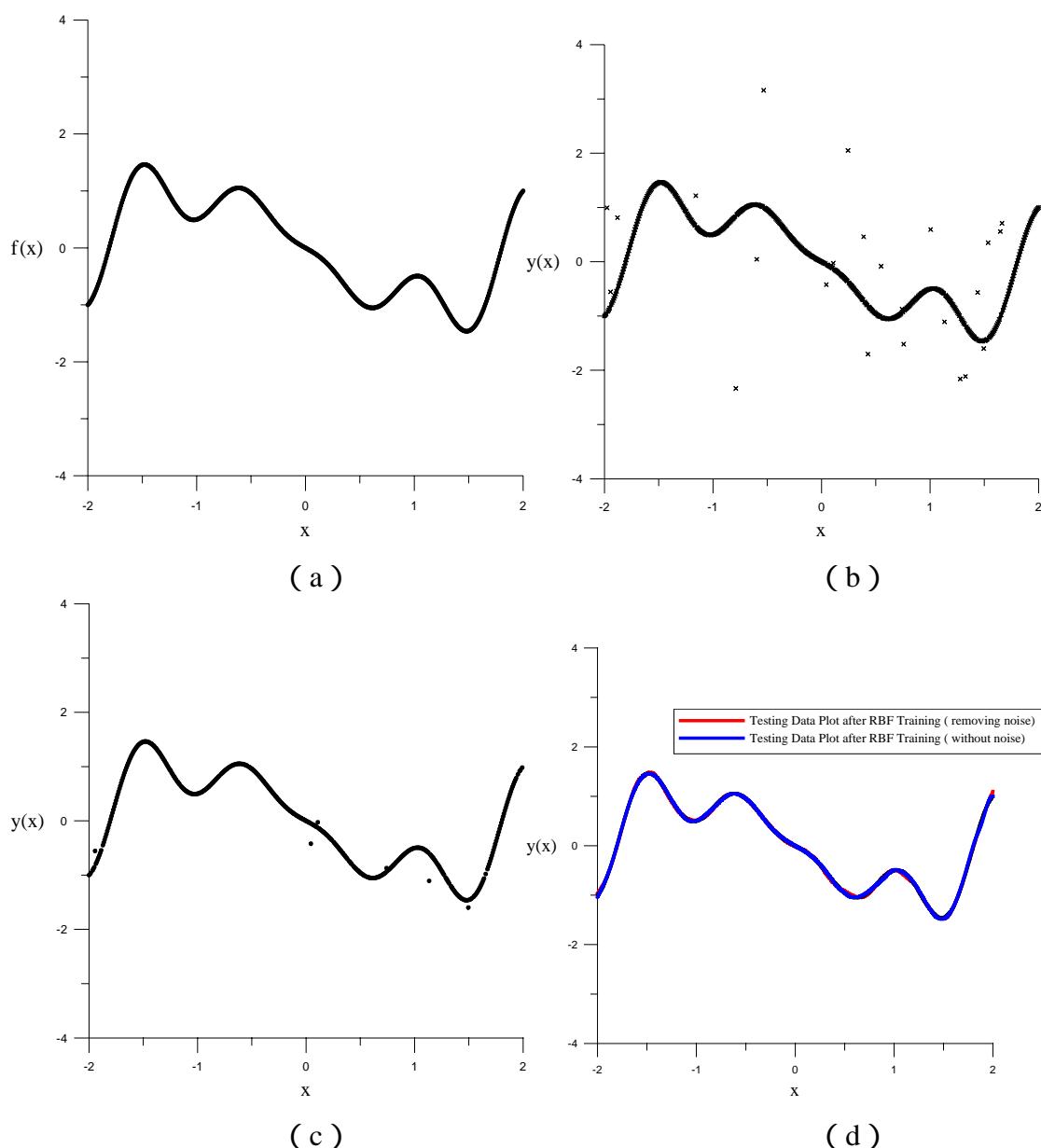


圖 3.12 函數 $y(x) = -\sin(0.5\pi \cdot x) + 0.5 \cdot x \cdot \cos(2\pi \cdot x)$ 受到 5% Gross noise 影響時，利用本文方法移除雜訊的結果示意圖。

(a) 未受雜訊影響的圖形。(b) 受到 5% Gross noise 影響的函數圖形。

(c) 使用本文方法移除雜訊後的函數圖形。(d) 移除雜訊後網路訓練效果。

3.3.5 實驗分析

從 3.3.4 節實驗結果中移除雜訊後的圖形可以了解，如圖 3.7 (c)、圖 3.8 (c)、圖 3.9 (c) 所示，用來模擬受雜訊影響訊號的函數，在三種不同的雜訊模型下做測試時，使用本文所提出的雜訊移除方法，皆可以有效偵測出並移除受雜訊影響函數中的雜訊，而比較雜訊移除前後的網路訓練效能，如表 3.1、表 3.2、表 3.3 所示，亦可以發現在使用本文方法移除雜訊後網路訓練效能有顯著改善；此外，本文方法對於三種不同雜訊模型的移除效果也有一些差異，在比較實驗中兩個函數在移除雜訊後的圖形可以發現，本文方法在處理 Impulse Noise 時，可以有效將雜訊完全移除，但是在處理 Gaussian Noise 以及 Gross Noise 時，還是會有少許的雜訊無法被本文方法偵測出並移除，因此為了瞭解造成這個現象的原因，在此，將函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian Noise 以及受到 5% Gross Noise 影響時，使用本文方法時所求得原始資料點的平均誤差值排名與大小關係圖，以及平均誤差值大小排名為前 5% (前 25 名) 資料點在函數圖形上的分佈示意圖，分別繪出如下圖 3.13 以及圖 3.14 所示：

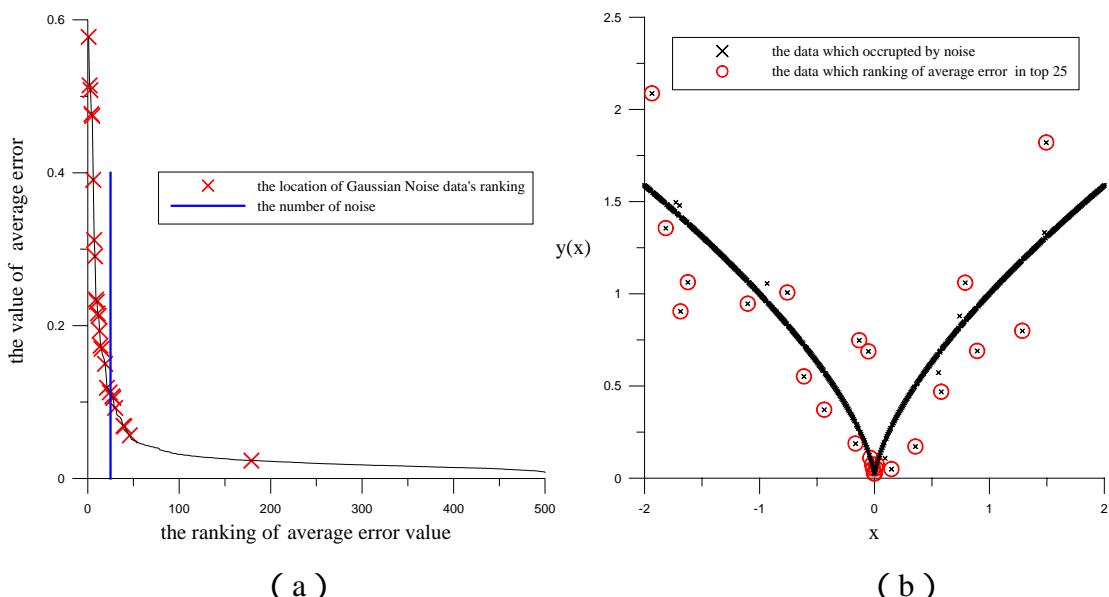


圖 3.13 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gaussian noise 的影響下，討論雜訊移除效果的示意圖。
 (a) 函數原始資料點的平均誤差值排名與大小關係圖。
 (b) 平均誤差值大小排名為前 5% 的資料點在函數圖形上的分佈示意圖。

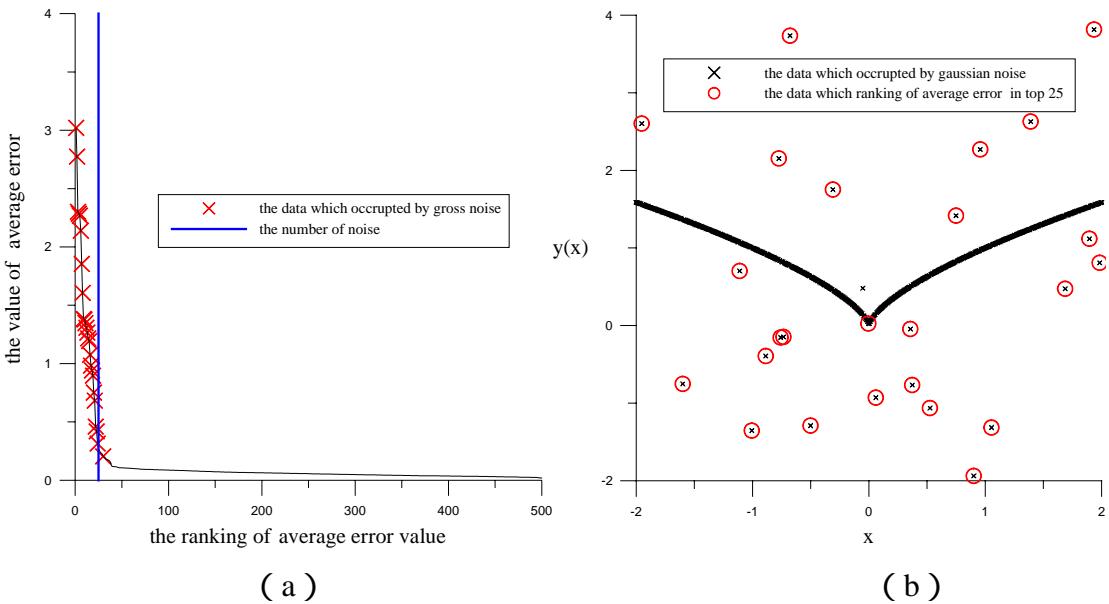


圖 3.14 函數 $y(x) = x^{2/3}$ 受到 5% Gross noise 的影響下，討論雜訊移除效果的示意圖。
 (a) 函數原始資料點的平均誤差值排名與大小關係圖。
 (b) 平均誤差值大小排名為前 5% 的資料點在函數圖形上的分佈示意圖。

分別觀察比較圖 3.13 (a) 以及圖 3.14 (a) 可以發現，在資料點受到 Gaussian Noise 以及 Gross Noise 這兩種雜訊模式下，未被本文方法偵測到的雜訊點其平均誤差值皆比較小，且並未如本文所預期的其誤差排名在前 5% (前 25 名) 之內，再分別觀察圖 3.13 (b) 以及圖 3.14 (b) 可以發現，這些未被偵測到的雜訊點 (圖中未被圓圈的雜訊點)，相對其他雜訊點的雜訊大小值是比較小，也就是對於函數影響的程度比較小；此外，由於函數中變化較為激烈的地方 (如曲線轉彎處)，RBF 網路學習效果相對來說會比較不佳，這部份的資料點平均誤差值會比較大，因此受到較小雜訊影響的資料點其平均誤差值大小排名，就會排名在變化較為激烈地方的資料點之後，所以這些雜訊大小值較小的雜訊，在本文方法中無法被偵測且移除的機會是比較大。

由之前的討論可以得知，本文雜訊移除方法在處理較大雜訊（如 Impulse Noise)時，有很好的雜訊偵測以及移除效果；而在處理較小雜訊時，會有少部份的雜訊較難被偵測以及移除，不過這些未被偵測出的雜訊，也因為雜訊值較小對函數的不良影響也較小；所以，從函數模擬的實驗結果可以驗證本文雜訊移除方法，在移除訊號雜訊上是可行且有效的。

第四章 處理二維影像訊號雜訊移除問題

影像是人類在生活中最容易取得的資訊，當人們欲傳遞相同的訊息時，利用影像表現往往會比利用聲音或是文字有效；不過，當影像在受到雜訊影響的頻道編碼以及傳輸時，或是被電子感測器的雜訊干擾時，受到雜訊影響的影像，就無法真實傳遞其所包含的資訊；所以如何有效將影像中的雜訊移除，也是目前在影像處理研究中不可或缺的一部分。

本論文在前一章利用處理一維訊號雜訊移除的問題，說明本文所提出的雜訊移除方法之後，在本章將應用此方法處理二維影像訊號雜訊移除的問題，並討論使用本文方法在處理影像訊號時，所需要做的調整以及修正。

4.1 資料點擷取方法

由於本論文所提出的方法，應用了類神經網路的概念，希望藉由評估網路對於影像的學習效果，藉以偵測受到雜訊影響的影像資料點所在位置；因此本文方法在處理影像問題時，必須先從影像中選取進入網路訓練的資料點；在此，本文乃是利用影像壓縮方法中常用的觀念 - 預測編碼 (predictive coding)，此部分參考 Robert 與 Haykin (1995)，在這方法中是藉由前面的資料點 $x(n-1)、x(n-2)、\dots、x(n-p)$ 預測目前的資料點 $\hat{x}(n)$ ，並計算估測值 $\hat{x}(n)$ 與真實值 $x(n)$ 之間的誤差值；但是此概念在本文的應用與在影像壓縮中的用途並不相同，在影像壓縮的應用是將這些誤差值傳輸或儲存藉以達到壓縮的效果；然而，在本文中的應用是希望藉由本文所提出的方法，評估這些誤差值大小來進行雜訊偵測以及移除的處理。

因此本文從影像中選取進入網路訓練的原始資料點時，是以影像的灰階像素值 (pixel value of gray level) 作為基礎，依照由左而右，由上而下的順序規則，從影像最上面的第一列以及最左邊的第一行開始，選取前四個像素值 $x(i, j-1)、x(i, j-2)、x(i, j-3)、x(i, j-4)$ 作為網路的輸入資料 (input data)，而目前的像素值 $x(i, j)$ 作為網路期望輸出資料 (desired output data)，依此方法取得影像中所有的原始資料點，如下圖 4.1 所示；並藉由類神經網路訓練，學習輸入與輸出之間的映射 (mapping) 關係，如式 (4-1) 所示：

$$\hat{x}(i, j) = f(x(i, j-1), x(i, j-2), x(i, j-3), x(i, j-4)) \quad (4-1)$$

其中： $i > 0, j > 4$

$f(\cdot)$: 輸入與輸出之間的映射關係。

$x(i, j)$: 影像中第 i 列 (row)，第 j 行 (column) 的灰階值。

$\hat{x}(i, j)$: 影像中第 i 列 (row)，第 j 行 (column) 的估測灰階值。

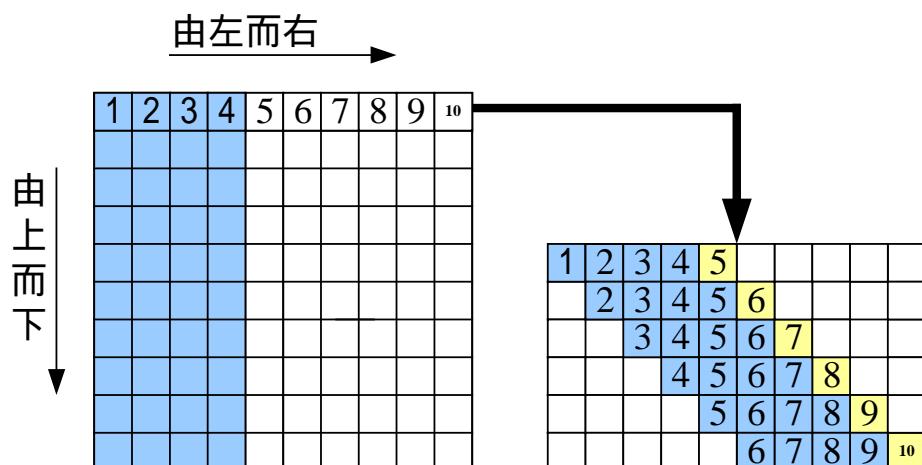


圖 4.1 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一列說明，如何從影像中由左而右，由上而下的選取訓練資料點。
(圖中 ■ 代表 input data，■ 代表 desired output)

4.2 影像雜訊的偵測

在前一節說明如何從影像中選取進入網路訓練的原始資料點後，本節將舉一個例子來討論本文所提出的雜訊移除方法，在處理二維影像訊號雜訊移除問題時所需要調整的部分。

在此，本文選取一張 Lena 圖 (128×128)，如圖 4.2 (a) 所示，並在影像中隨機選取 0.25% (40 筆) 的像素點受到脈衝雜訊 (impulse noise) 影響，如圖 4.2 (b) 所示，在這個測試中脈衝雜訊的定義，是將被選到像素點的灰階像素值設為 255；而根據上一節所提出的資料點擷取方法，可以從影像中取得原始資料點 15872 (124×128) 筆；最後，在測試本文所提出的方法前，先對方法中所需要設定的參數先做定義。其中：

RBF 網路架構參數設定：

- 容許神經元上限設為 50 顆神經元。
- 選取 10 個樣本點當中心點候選人。

雜訊移除方法參數設定：

- 原始資料點隨機分割成為 80% 的訓練資料點 (training set), 20% 的驗證資料點 (validation set)。
- 進入網路運算次數設為 100 次。

在完成參數設定之後，依照本文 3.2 節所說明的雜訊移除方法流程，對受雜訊影響的 Lena 圖進行雜訊偵測程序，並將原始資料點平均誤差值大小與排名關係圖繪出（如下圖 4.3 所示），藉以了解本文所提出的方法在處理影像問題上的效果。



(a) 圖 4.2 比較受到 0.25% 脈衝雜訊影響前後的 Lena 圖。

(a) 未受雜訊影響的 Lena 圖 (128×128)。

(b) 受到 0.25% 脈衝雜訊影響的 Lena 圖 (128×128)。

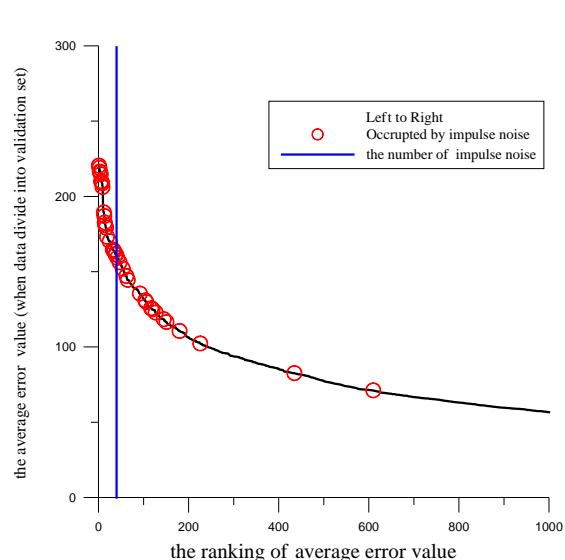


圖 4.3 利用「由左而右」方向從影像中選取原始資料點，將資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示。其中被脈衝雜訊影響的資料點以 ‘o’ 標示。

在完成雜訊偵測程序之後，根據本文方法的概念，受到雜訊影響資料點的平均誤差值，會比其他未受雜訊影響資料點的平均誤差值大；但是觀察圖 4.3 可以發現，受到雜訊影響的資料點其平均誤差值大小，並未如預期完全排名在所有資料點的前 40 名（前 0.25%）；因此，為瞭解發生這個現象的原因，在此將平均誤差值排名在前 40 名的資料點，直接標記於受雜訊影響的 Lena 圖上（如下圖 4.4 所示），藉以觀察平均誤差值較大的資料點發生在影像中哪些部分。



圖 4.4 在 Lena 圖上標記平均誤差值大小排名在前 0.25%（前 40 名）的資料點示意圖。而排名在前 40 名的資料點皆以‘x’表示；其中紅色‘x’代表正確找到受到雜訊影響的資料點，綠色‘x’代表誤判為雜訊的資料點。

從圖 4.4 可以發現平均誤差值較大的資料點，除了發生在受到雜訊影響的資料點外，影像中邊界部分的資料點其平均誤差值也會比較大；至於，這個現象發生的原因，在於影像中邊界部分具有不連續性的特性，而邊界部分資料點的像素值變化相對於影像中其他部份會比較大，這個現象與受到雜訊影響資料點相似，因此，當類神經網路在學習影像這部分的映射關係時，往往訓練效果會比較差，驗證誤差值相對會比較大；所以，當本文所提出的方法利用驗證誤差做為判斷雜訊點依據時，就會造成將影像中變化較大地方的資料點，被誤判為受到雜訊影響的資料點現象發生；而要如何改善這方面的問題，本文將在下一節討論。

4.3 處理影像雜訊移除問題時雜訊偵測方法的修正

為了改善影像的不連續性，造成本文方法在判斷資料點是否受到雜訊影響時可能發生誤判的情況；在此對於本文方法在處理影像雜訊移除問題時做一些修正。

4.3.1 資料點擷取方法的修正

雖然影像中邊界部分與受到雜訊影響部份資料點一樣，都有像素值變化相對於影像中其他部份比較大的現象；但是再仔細觀察影像可以發現，受到雜訊影響資料點的像素值，與四週相鄰點像素值明顯都有很大的差距；但是在邊界部分的資料點並沒有這種特性，而只是與其中幾個方向有比較大的差距（如圖 4.5 所示）。

因此本文根據這個現象調整本文方法在選取原始資料點時的程序，將原本只利用單一由左而右的方向，從影像中選取原始資料點進入網路訓練，修改成從四個方向（由左而右、由右而左、由上而下、由下而上）選取後分別進入網路訓練，藉以避免本文方法將影像中邊界部份判斷為雜訊點的情形發生。

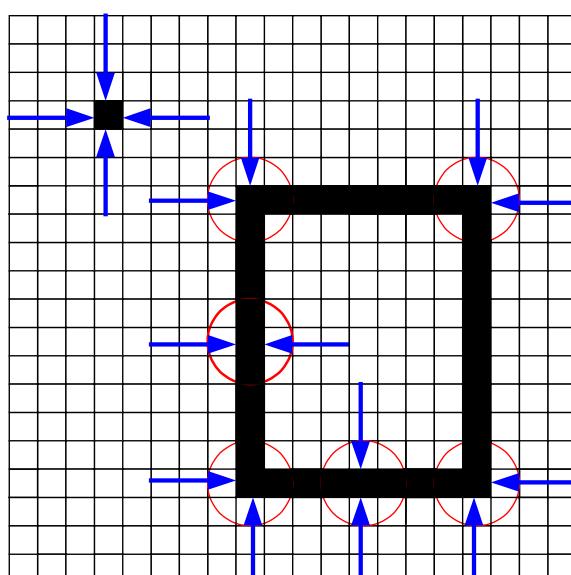


圖 4.5 說明影像邊界不連續性對於本文方法的影響。

由於在修正過後的方法，原始資料點是從影像的四個方向選取，因此將各個方向選取資料點的規則，詳述如下：

- (1) 依照由左而右，由上而下的順序規則，從影像最上面的第一列，以及最左邊的第一行，依序開始選取原始資料點進入網路訓練。如圖 4.6 所示。
- (2) 依照由右而左，由上而下的順序規則，從影像最上面的第一列，以及最右邊的第一行，依序開始選取原始資料點進入網路訓練。如圖 4.7 所示。
- (3) 依照由上而下，由左而右的順序規則，從影像最上面的第一列，以及最左邊的第一行，依序開始選取原始資料點進入網路訓練。如圖 4.8 所示。
- (4) 依照由下而上，由左而右的順序規則，從影像最下面的第一列，以及最左邊的第一行，依序開始選取原始資料點進入網路訓練。如圖 4.9 所示。

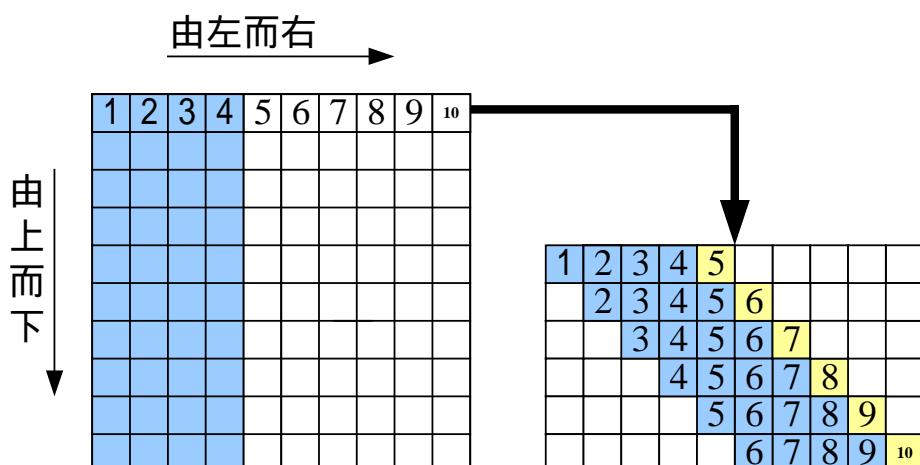


圖 4.6 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一列說明，如何從影像中由左而右，由上而下的選取訓練資料點。
(圖中 ■ 代表 input data , ■ 代表 desired output)



圖 4.7 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一列說明，如何從影像中由右而左，由上而下的選取訓練資料點。
(圖中 ■ 代表 input data , ■ 代表 desired output)

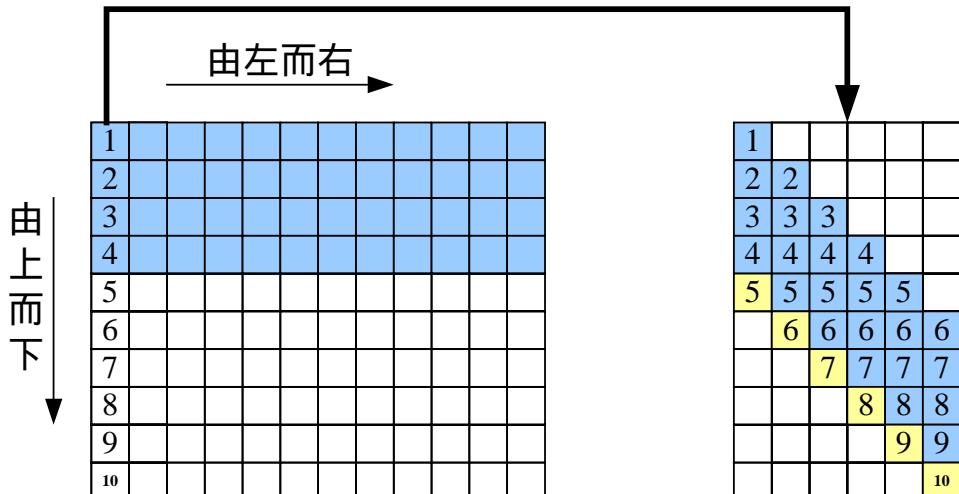


圖 4.8 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一行說明，如何從影像中由上而下，由左而右的選取訓練資料點。
(圖中 ■ 代表 input data , ■ 代表 desired output)

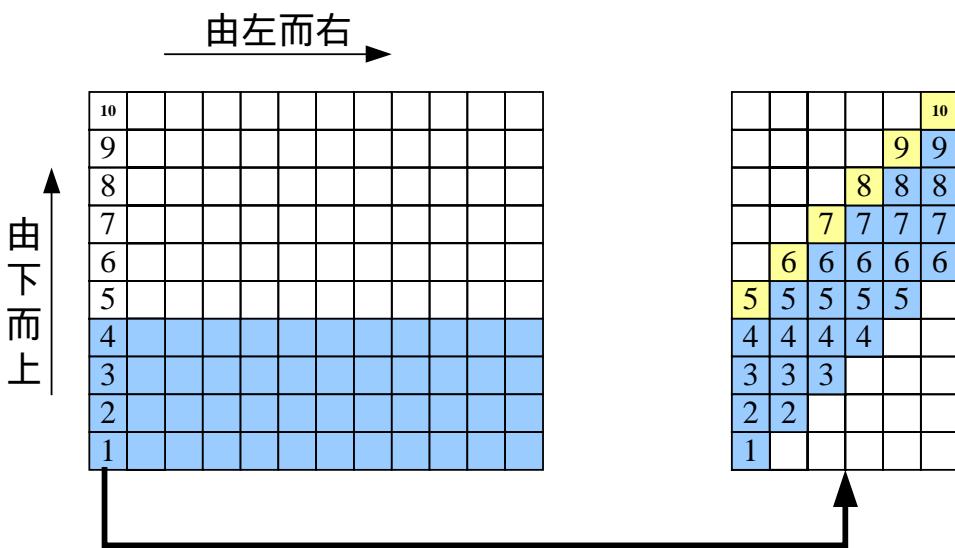


圖 4.9 說明影像原始資料點選取方式的示意圖；以大小為 10×10 的影像為例，利用影像中的第一行說明，如何從影像中由左而右，由上而下的選取訓練資料點。
(圖中 ■ 代表 input data , ■ 代表 desired output)

4.3.2 雜訊判斷方法的修正

在 4.3.1 節中，本文將選取原始資料點進入 RBF 網路做訓練的規則，由單一由左而右的方向選取方式，調整為分別從由左而右、由右而左、由上而下以及由下而上四個方向選取的方式；而四個方向資料點分別進入不同的 RBF 網路做訓練，且完成本文方法中多次運算的步驟後，可以分別得到各個方向所選取資料點的平均誤差值大小；然而，在單一方向選取資料點時，可以直接利用資料點平均誤差值的大小，來判斷受到雜訊影像的資料點；不過，在四個方向選取資料點時，要如何利用各個方向的平均誤差值，判斷那些資料點受到雜訊影響，本文在此要做一些說明。

此外，本文在處理影像雜訊移除問題時，是利用前四個像素值去預測第五個像素值，所以在每一個方向選取資料點時，開始的前四行資料點並無法被預測，所以無法計算這四行資料點的平均誤差值；而這四行資料點，在不同方向選取資料點時會發生在不同的區域，如圖 4.10(a) 所示；因此，

在影像中不同區域的資料點，可以計算平均誤差的次數也不一樣，如圖 4.10 (b) 所示；因此，在將四個方向資料點所得的平均誤差值相加之後，需分別除上資料點可以計算平均誤差的次數之後，再對四個方向的平均總誤差值做排名進行雜訊點的判斷。

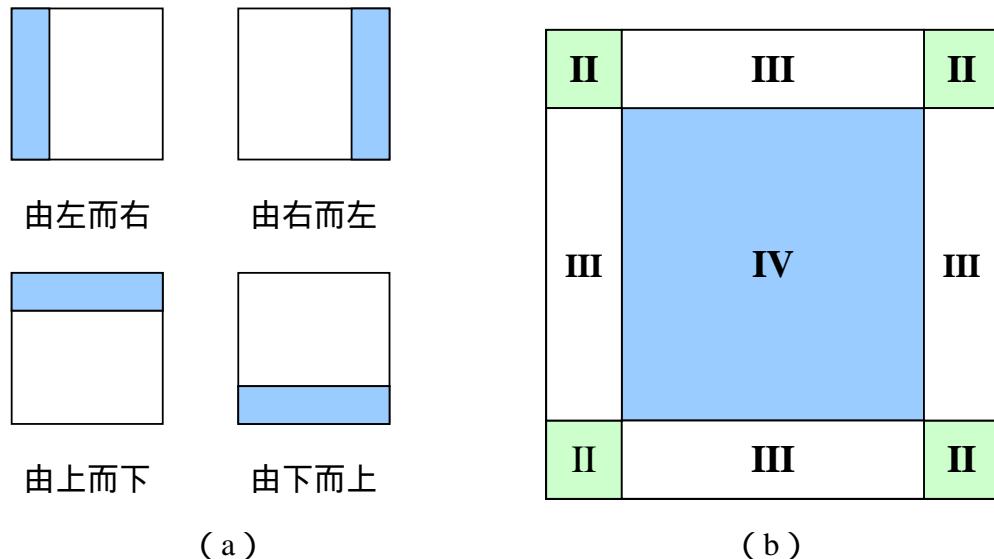


圖 4.10 影像中資料點可以計算平均誤差的區域以及其可以計算的次數示意圖。

(a) 影像資料點中無法計算平均誤差值的區域。

(b) 不同區域影像資料點可以計算平均誤差的次數示意圖。

在此，將 4.2 節中所提例子使用修正後方法進行雜訊偵測，以驗證比較在修正方法之後，是否有改善影像不連續性對於本文方法的不良影響；而在將修正後方法用來處理 4.2 節的例子時，其作法是以四個不同方向選取資料點後分別進入網路訓練，而此時參數設定與 4.2 節的例子皆相同，在完成本文方法所有程序後，將原始資料點平均誤差值大小與排名關係圖，分別以各個單一方向選取原始資料點（如圖 4.11 所示），以及四個方向選取原始資料點（如圖 4.12 所示）繪出，藉以比較本文方法在修改前後的差異。

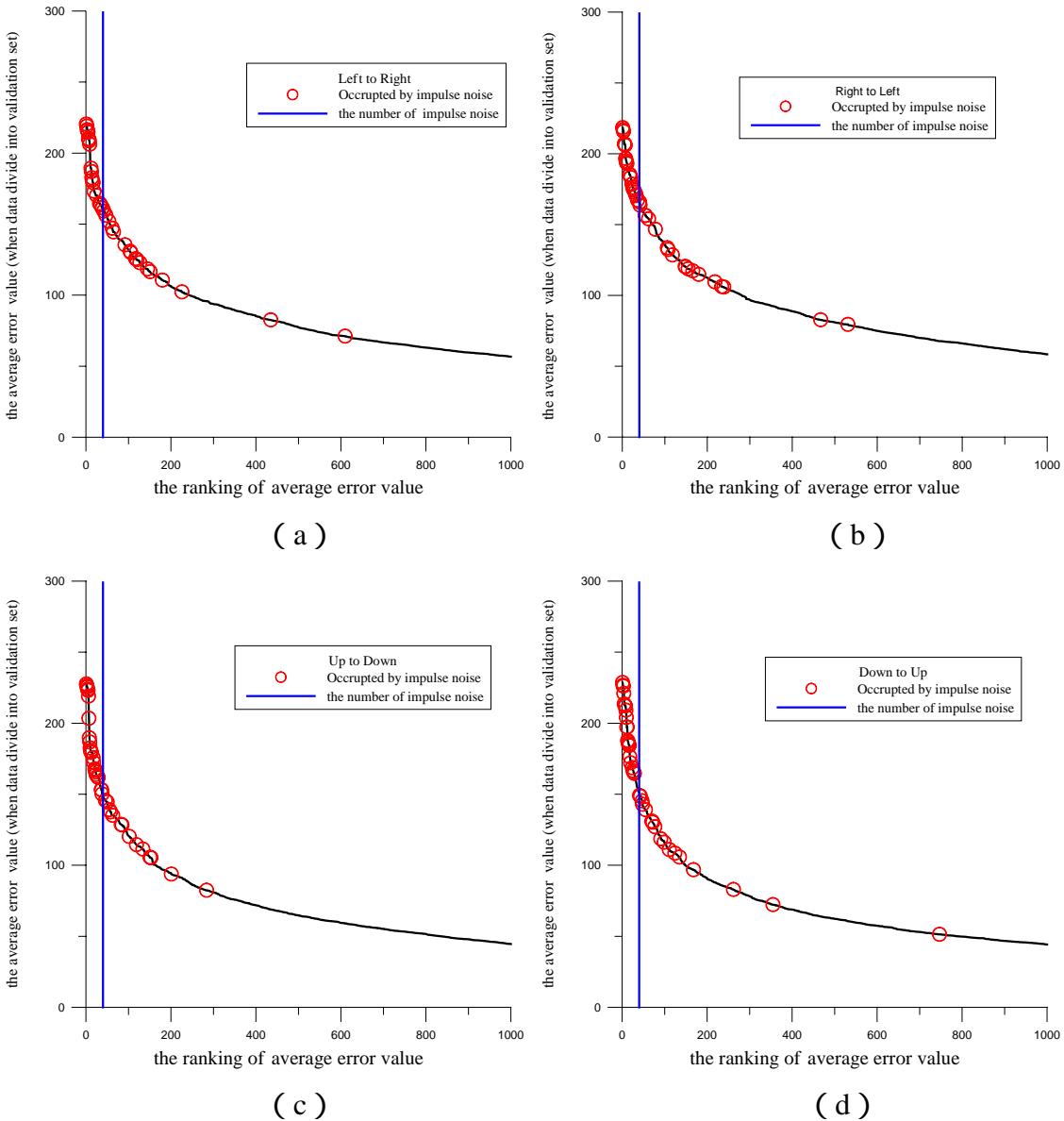


圖 4.11 利用不同方向從影像中選取原始資料點，將資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示。其中被脈衝雜訊影響的資料點以‘o’標示。

- (a) 利用「由左而右」方向從影像中選取資料點。
- (b) 利用「由右而左」方向從影像中選取資料點。
- (c) 利用「由上而下」方向從影像中選取資料點。
- (d) 利用「由下而上」方向從影像中選取資料點。

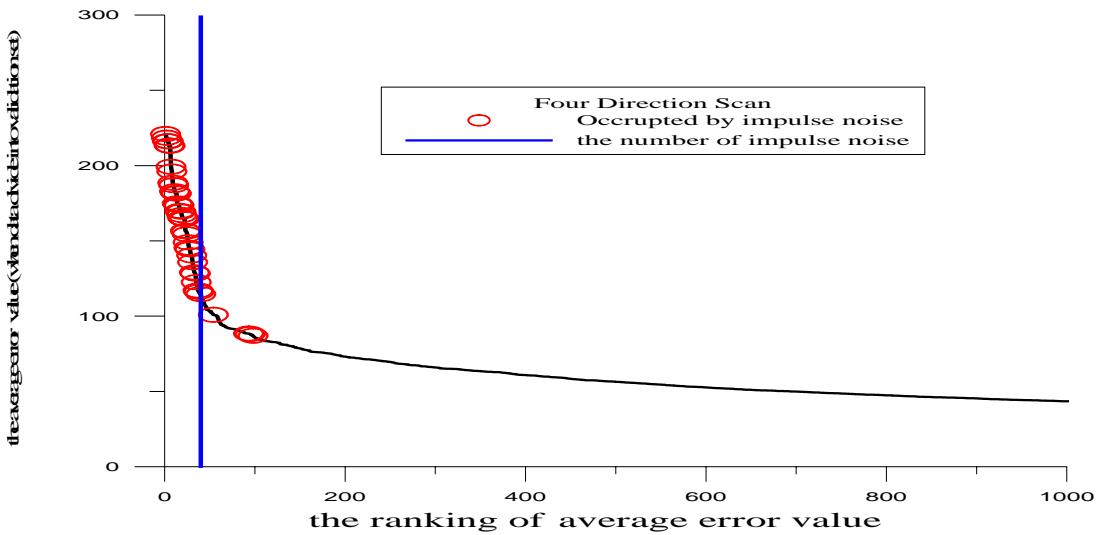


圖 4.12 利用修正後的資料點擷取方法，從影像中選取原始資料點，資料點被分成驗證資料點時，進入網路訓練後的平均誤差值由大到小排序，取出排名前 1000 名資料點的誤差值繪出如圖所示。其中被脈衝雜訊影響的資料點以 ‘o’ 標示。

比較分別只以單一方向選取資料點進行雜訊偵測（如圖 4.11 所示），以及使用修正後資料點擷取方法從四個方向選取資料點進行雜訊偵測的關係圖（如圖 4.12 所示）後，可以發現不論是從哪一個方向單獨進行雜訊偵測的效果，都沒有使用修正後方法利用四個方向進行雜訊偵測的效果來得好，舉例來說，當利用「由右而左」的方向選取資料點時，資料點平均誤差值大小排名前 40 名中，只有 21 筆是受到雜訊影響的資料點，如圖 4.11 (b) 所示；然而，利用修正後方法從四個方向選取資料點進行雜訊偵測時，資料點平均誤差值大小排名前 40 名中有 36 筆是受到雜訊影響的資料點，如圖 4.12 所示；此外，將平均誤差值排名在前 40 名的資料點，直接標記於受雜訊影響的 Lena 圖上（如圖 4.13 所示），而比較圖 4.13 (a) 以及圖 4.13 (b) 可得，使用修正後方法可以明顯改善影像不連續性所造成誤判雜訊的不良影響，使本文方法對於影像中的雜訊偵測有更佳效果。

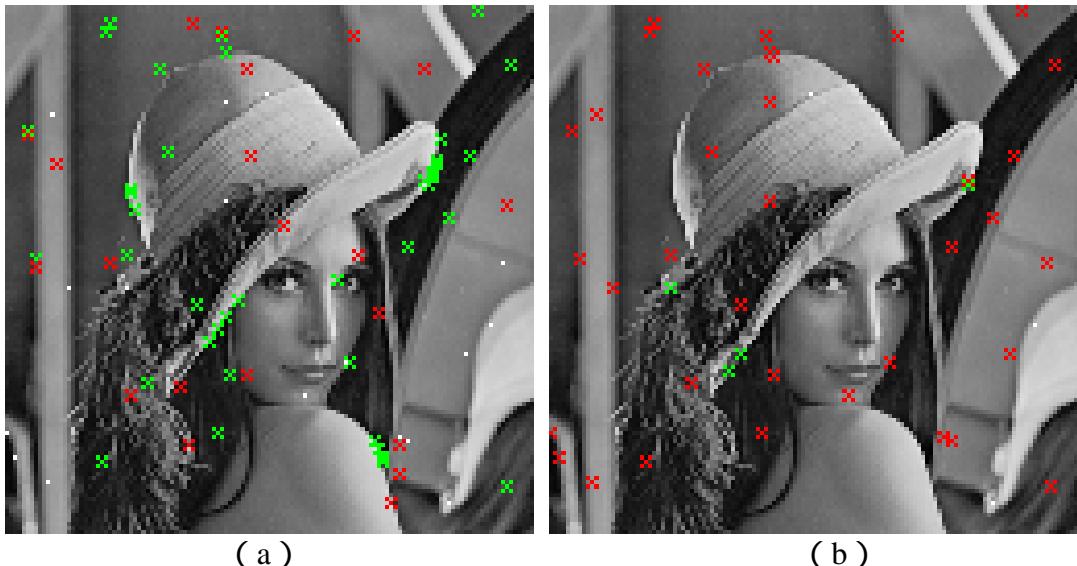


圖 4.13 比較單一方向以及四個方向進行資料點選取時，在受到 0.25% 脈衝雜訊影響 Lena 圖上，標記平均誤差值大小排名在前 0.25% (前 40 名) 的資料點。而排名在前 40 名的資料點皆以‘ x ’表示；其中紅色‘ x ’代表正確找到受到雜訊影響的資料點，綠色‘ x ’代表誤判為雜訊的資料點。

(a) 使用「由左而右」方向選取原始資料點。

(b) 使用四個方向選取原始資料點。

4.4 影像雜訊移除方法的詳細流程說明

前一節對於本文方法在處理影像雜訊問題時，所需要調整的部分做了說明；在此，將本文方法針對影像問題做雜訊移除時，整個詳細的運作程序歸納如下：

步驟一：從影像中以四個不同方向，由左而右 (D_1)、由右而左 (D_2)、由上而下 (D_3)、由下而上 (D_4)，分別選取原始資料點。

步驟二：將以 D_k 方向選取的原始資料點，隨機分割成為訓練資料點(training set)，以及驗證資料點(validation set)後，進入 RBF 網路進行訓練。

步驟三：利用訓練資料點訓練 RBF 網路，並利用驗證資料點做為 RBF 網路停止訓練，以及評估網路訓練成效的依據。

步驟四：提早停止學習 (Early Stop) 機制發生，RBF 網路訓練完成，紀錄驗證資料點進入 RBF 網路測試後的絕對誤差值。

步驟五：重覆步驟二到步驟四的程序，當到達設定的運算次數之後停止；累加各原始資料點被分成為驗證資料點時的絕對誤差值，以及被分為驗證資料點的次數。

步驟六：計算以 D_k 方向選取的原始資料點，在完成步驟二到步驟五的程序後，各個資料點成為驗證資料點時的平均絕對誤差值 $E_{D_k,i}$ ；如下列式(4-2)所示：

$$E_{D_k,i} = \frac{\sum_{j=1}^{C_i} |\hat{y}(i,j) - y_i|}{C_i} \quad (4-2)$$

$\hat{y}(i,j)$ ：第 i 筆原始資料點，在第 j 次被分成為驗證資料點時的實際輸出值。

y_j ：第 i 筆原始資料點的目標輸出值 (desired output)。

C_i ：第 i 筆原始資料點被分成為驗證資料點的次數。

步驟七：重覆步驟二到步驟六的程序，直到四個方向選取的訓練資料點都分別完成為止。 $(k = k + 1)$ 。

步驟八：計算四個方向完成訓練後的平均總誤差值 $E_{total,i}$ ，定義如下式(4-3)所示：

$$E_{total,i} = \frac{\sum_{k=1}^4 E_{D_k,i}}{P_i} \quad (4-3)$$

$E_{D_k,i}$ ：以 D_k 方向選取原始資料點時的平均絕對誤差值。

P_i ：第 i 筆原始資料點，可以計算平均誤差值的次數。

步驟九：將原始資料點的平均總誤差值 $E_{total,i}$ 由大到小進行排序。

步驟十：利用線性近似的方法，將平均總誤差值大小與排名的關係曲線的轉折點求出，藉以判斷雜訊點數目。

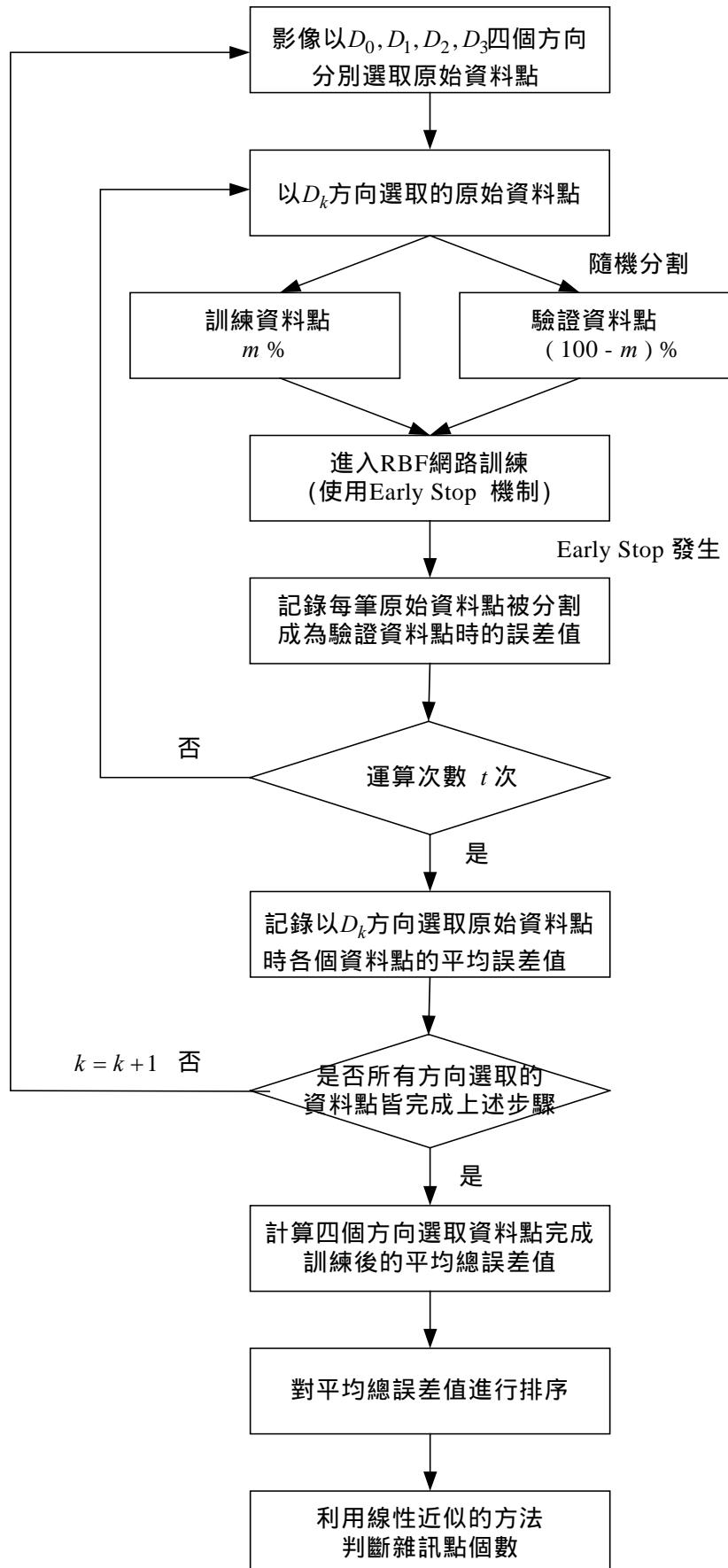


圖 4.14 影像雜訊移除方法流程圖。

4.5 雜訊移除後影像復原的方法

受到雜訊影響的影像，在完成前述雜訊偵測方法之後，接下來要對被雜訊影響的資料點，進行影像復原（image restoration）的程序；在此本文使用的方法，是將受到雜訊影響的資料點移除之後，利用這些移除雜訊點後的資料點，訓練新的 RBF 網路，再利用網路訓練後所得的映射關係，求取被移除雜訊點的取代值；而整個方法詳細的運作程序描述如下：

步驟一：將以 D_k 方向選取的原始資料點中，受到雜訊影響的資料點移除；

在這個步驟有一點需要注意，由於本文在選取原始資料點時，對於影像資料是利用預測編碼的概念來選取，所以網路輸入資料點（input data）以及期望輸出資料點（desired output data）都有機會受到雜訊影響；因此，在移除雜訊點時，只要原始資料點中的輸入以及輸出資料部分含有被雜訊影響的資料點都必須要移除。

步驟二：將移除雜訊點之後的原始資料點，隨機分割成為訓練資料點以及驗證資料點後，進入 RBF 網路進行訓練；此時網路參數與先前偵測雜訊時所用的網路參數設定值相同。

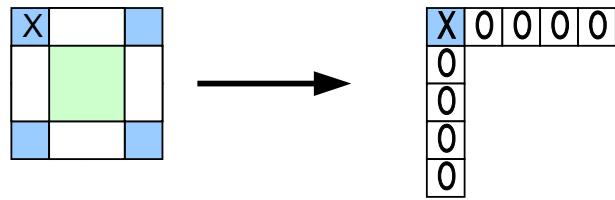
步驟三：利用訓練資料點訓練 RBF 網路；並利用驗證資料點做為 RBF 網路停止訓練，以及評估網路訓練成效的依據。

步驟四：提早停止學習（Early Stop）機制發生，RBF 網路訓練完成。

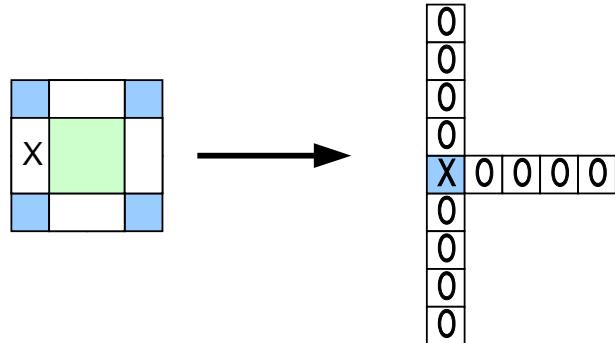
步驟五：重複上述四個步驟，直到四個不同方向，由左而右（ D_1 ）由右而左（ D_2 ）由上而下（ D_3 ）由下而上（ D_4 ），選取的原始資料點皆完成所有程序之後再進入下一步驟。

步驟六：利用四個不同方向移除雜訊點後的資料點，分別完成 RBF 網路訓練之後，可以得到四個方向訓練後新的網路映射關係。

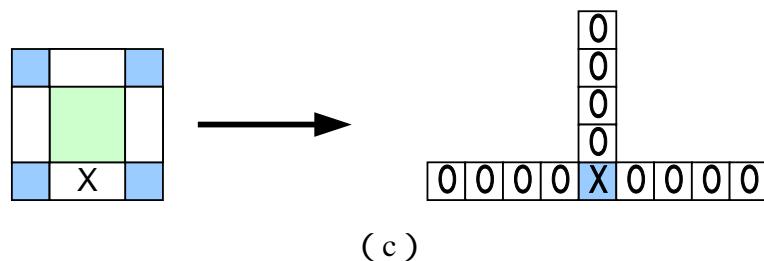
步驟七：根據被雜訊影響的資料點所在位置，利用新的網路映射關係，計算取代該資料點的新的像素值 (pixel value)。而這裡之所以需要考量到被雜訊影響的資料點所在位置，原因與雜訊偵測在求取平均誤差值時所遇到的問題是一樣的，由於本文從影像中選取原始資料點時，是利用前四行的影像像素值 (pixel value) 去預測第五行的像素值，因此每個方向在單獨進行雜訊偵測時，假使雜訊分佈在前四行的資料點中時，本文所提出的方法將無法進行雜訊的偵測，所以本文使用四個方向選取資料點進行雜訊的偵測，來解決這方面的問題，但是利用四個方向進行雜訊偵測，在影像中資料點被使用的次數不盡相同，如圖 4.10 (b) 所示，因此在取代雜訊點時，也要考慮到資料點被哪幾個方向進行雜訊偵測時使用；在此利用圖形說明此時會遇到的其中幾個不同的情形，如下頁圖 4.15 所示：



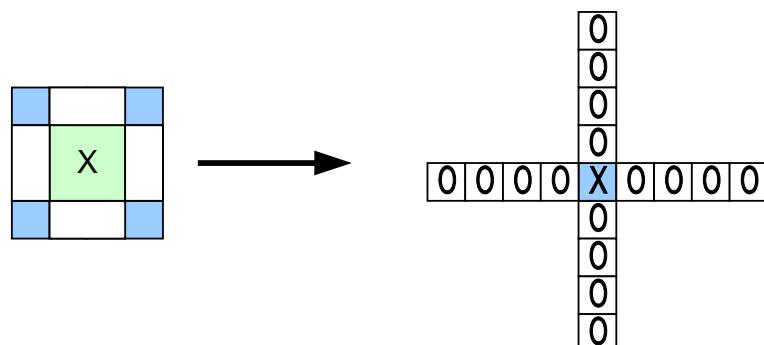
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 4.15 說明取代雜訊點值時，所需要考慮到的情形。其中‘x’代表受到雜訊影響的資料點，‘o’代表 input data。(a) 當雜訊分佈於圖上標示‘x’處的區域時，利用由右而左以及由下而上兩個方向，求得新的取代值。(b) 當雜訊分佈於圖上標示‘x’處的區域時，利用由右而左、由上而下以及由下而上三個方向，求得新的取代值。(c) 當雜訊分佈於圖上標示‘x’處的區域時，利用由左而右、由右而左以及由而到下三個方向，求得新的取代值。(d) 當雜訊分佈於圖上標示‘x’處的區域時，利用由左而右、由右而左、由上而下以及由下而上四個方向，求得新的取代值。

以圖 4.15 (a) 為例，當雜訊點分佈在如圖中‘x’所在區域時，由於這個區域的影像只有經過由右而左以及由下而上兩個方向雜訊掃描，所以在計算取代受到雜訊影響資料點值時，是將資料點在兩個方向原始輸入資料點分別利用步驟六所求得這兩個方向的網路映射關係，分別求得新的網路輸出值之後，將這兩個方向新的輸出值相加後平均即可得到取代值；同理，當雜訊點分佈在其他的區域時，也是依照相同的方式求得取代受到雜訊影響資料點的值。在此，再舉圖 4.15 (d) 的情形為例，當雜訊點分佈在如圖中‘x’所在區域，在求取分佈於此區域受到雜訊影響資料點取代值時，是將四個不同方向原始輸入資料點，分別利用新求得四個不同方向的網路映射關係，分別計算新的網路輸出值之後相加求平均，即可得到此雜訊點的取代值。

此外，在取代雜訊點這部分還有一點需要注意，當雜訊點所在位置是相鄰兩點時，因為從影像中選取原始資料點時是應用預測編碼的概念，所以在取代雜訊點時，位於後面那一點的資料點其原始輸入資料中會包含前一點雜訊點，然而，此時如果利用新求得映射關係計算雜訊點取代值，這個值會因為輸入資料中包含雜訊，而無法如本文方法所預期的近似原影像的像素值；因此，本文在這裡採取的解決方式，是將前一點受到雜訊影響資料點利用前述方法求出新的資料點取代值後，當後面那一點受到雜訊影響的資料點要求取新取代值時，原本在輸入資料中所包含的前一點資料點就用其所求出的新資料點取代（如圖 4.16 所說明）。這樣一來，求出的取代值就會比較近似於影像受到雜訊影響前的像素值。

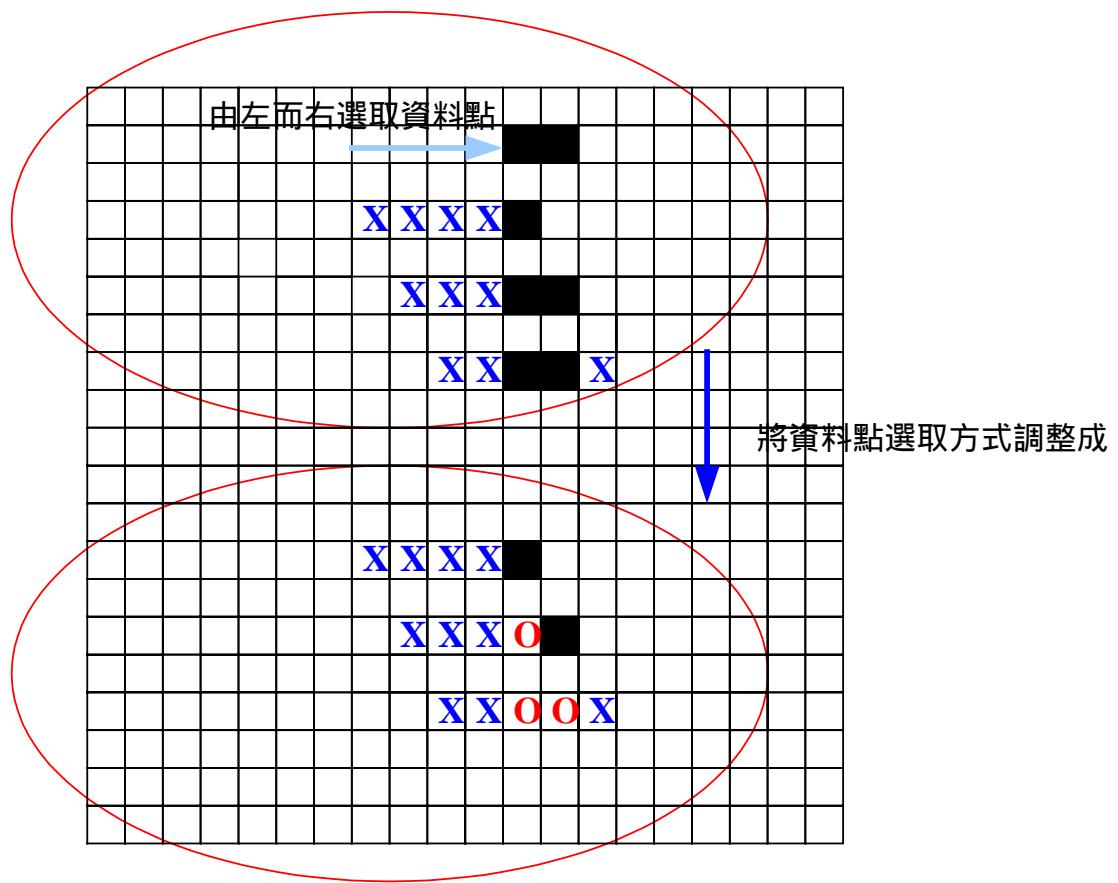


圖 4.16 說明雜訊點分佈位置相鄰時所需要注意的問題。其中 **X** 未受雜訊影響的資料點，**■** 代表受到雜訊影響資料點，**O** 代表新求得的取代值。

步驟八：將所有受到雜訊影響的資料點，利用新求得的取代值代替之後即完成影像復原的動作。

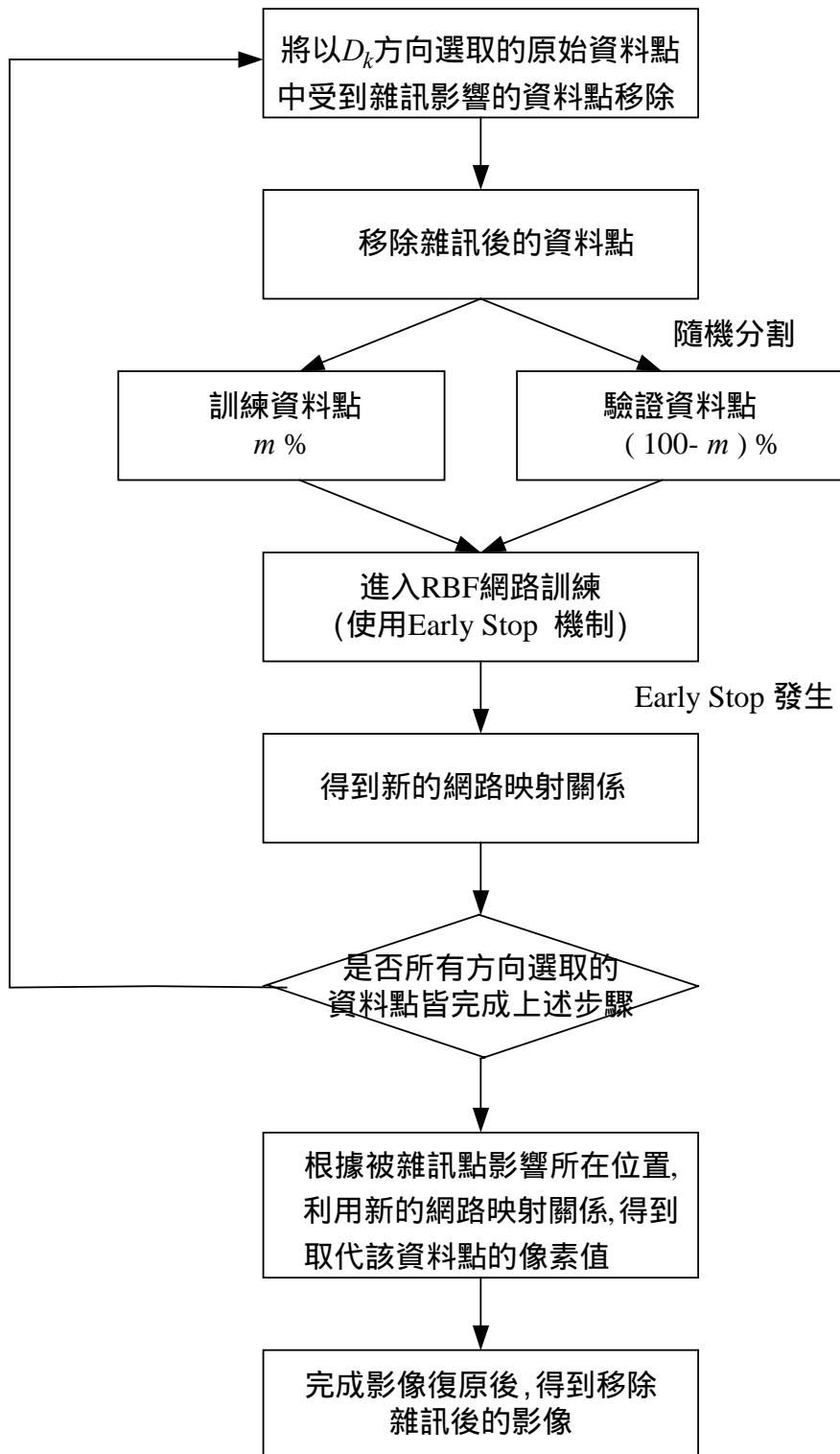


圖 4.17 影像復原方法的流程圖。

4.6 區塊式處理影像雜訊移除問題

在本文所提的雜訊移除方法中，是利用輻射基底類神經網路做為網路架構，而且應用 QR Algorithm 改善 OLS 學習法則；然而，在處理影像問題時，當影像尺寸愈大，網路在對影像做學習時所用的訓練資料點筆數會十分龐大，此時，就會造成網路運算速度過慢；就以找尋隱藏層神經元的中心點來說，雖然本文使用修正後的訓練法則，但是在決定第一顆神經元中心點時，還是需要利用所有的資料點作處理，因此，當處理大尺寸影像時，資料點過多就會使得計算量變大增加學習的時間；而本論文所提的方法中，亦需要將資料點利用多次隨機分割後訓練網路，所以當影像尺寸愈大資料點過多時也會耗費許多的運算時間。

因此，本文將影像分割成數個區塊影像（如圖 4.18 所示），再將本論文所提出的方法分別應用於各個區塊影像中，分別進行雜訊移除的處理，藉以解決資料點過多號費運算時間的問題，而整個程序可以歸納出如 4.6.1 節所示。

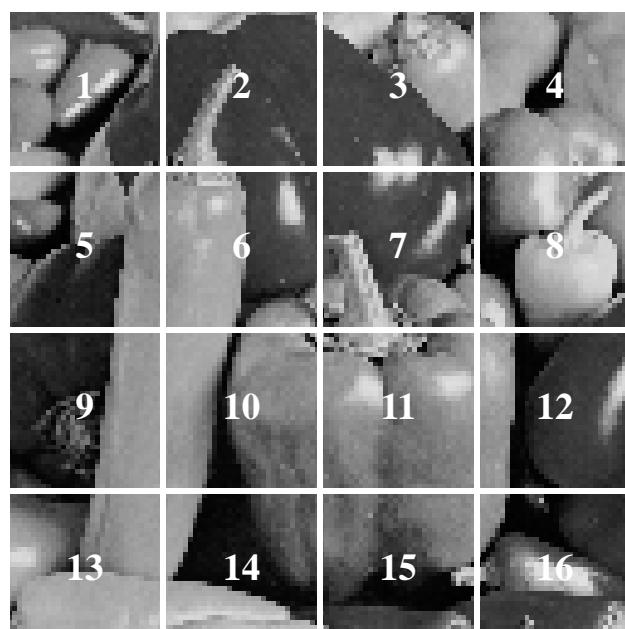


圖 4.18 影像分割成 4×4 區塊示意圖 (128×128 Pepper 圖)

4.6.1 區塊式影像雜訊移除方法詳細流程說明

為了縮短本文方法的運算時間，於此提出一個將影像區分為多個區塊影像進行雜訊移除的方法，其詳細流程如下所述：

步驟一：將原始影像區分成 N 個區塊影像。

步驟二：從 N 個區塊影像中選取一個區塊影像 B_i 。 $(i = 0)$

步驟三：使用本文所提出的影像雜訊偵測方法，針對區塊影像 B_i 進行雜訊偵測的程序。

步驟四：區塊影像 B_i 完成雜訊偵測後，使用本文所提出的影像復原方法，將影像中雜訊移除且還原影像。

步驟五：重複步驟二以及步驟三的程序，直到 N 個區塊影像皆完成這兩個步驟。 $(i = i + 1 , i < N)$

步驟六：完成影像雜訊移除程序。

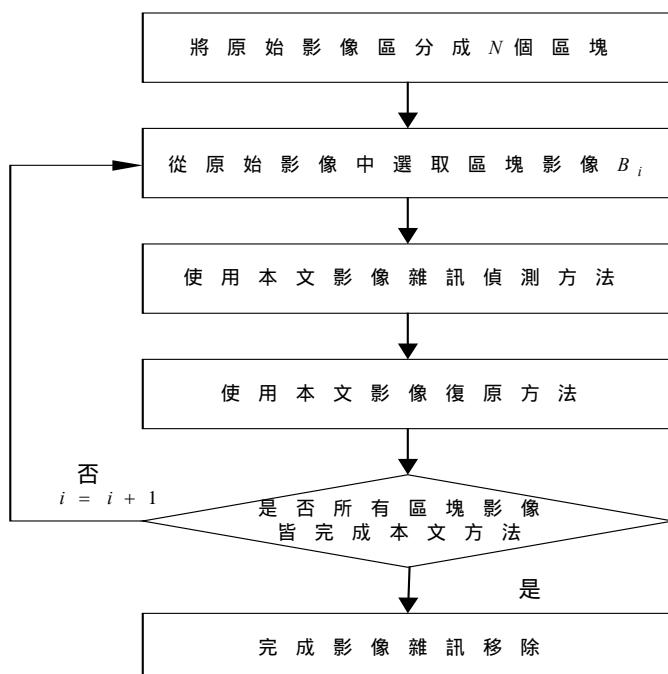


圖 4.19 區塊式處理影像雜訊移除問題流程圖。

4.7 實驗結果與分析

在本章的實驗中，將利用“Lena”、“Pepper”、“Zelda”三張 8-bits 的灰階影像，驗證本文所提出的雜訊移除方法。

4.7.1 影像雜訊模型

為測試本文所提出的方法，在移除二維影像訊號雜訊的效果，選擇脈衝雜訊 (Impulse noise) 做為雜訊模型，在此參考 Kong 與 Guan (1998) 中所使用的脈衝雜訊模型，如下式 (4.4) 所示：

$$x_i = \begin{cases} d_p & \text{with probability } p_p \\ f_i & \text{with probability } 1 - p_p \end{cases} \quad (4.4)$$

其中：

x_i ：代表被雜訊影響後的影像像素值。

f_i ：代表原影像像素值。

d_p ：代表脈衝值影響的影像像素值。

p_p ：代表受到脈衝雜訊影響的機率。

在本章實驗中脈衝值 (d_p) 設為 255，也就是說當影像中被隨機選到的像素點，即將其值改為 255。舉一受到 5% 脈衝雜訊影響的影像為例，如下圖 4.20 所示：



(a) (b)

圖 4.20 比較受到脈衝雜訊影響前後的 Lena 圖。

(a) 未受雜訊影響的 Lena 圖。

(b) 受到 5% 脉衝雜訊影響的 Lena 圖。

4.7.2 影像保真度

影像保真度的衡量標準，可分為客觀保真度準則(objective fidelity criterion)及主觀保真度準則(subjective fidelity criterion)兩大類。主觀保真度準則是直接以人的肉眼及感覺來評鑑影像品質的好壞。而較常被使用的保真度衡量準則是 PSNR 值(Peak Signal to Noise Ratio)，PSNR 值為一種客觀保真度準則，其定義如式(4-5)所示，PSNR 值通常是以分貝(dB)值來表示，所以需對計算結果取以 10 為基底的對數再乘以 10 倍。

$$PSNR = 10 \times \log \left(\frac{I_{\max}^2}{\frac{1}{rows \times cols} \sum_{i=1}^{rows} \sum_{j=1}^{cols} [\tilde{f}(i, j) - f(i, j)]^2} \right) \quad (4-5)$$

其中：

I_{\max} ：影像最大灰階像素值。

$rows$ ：影像的列像素數目。

$cols$ ：影像的行像素數目。

$\tilde{f}(i, j)$ ：移除雜訊後的影像灰階像素值。

$f(i, j)$ ：原影像灰階像素值。

4.7.3 實驗結果

在實驗中將分為幾個部份做討論：(1) 在將影像分割成不同區塊影像處理時，本文區塊式雜訊移除方法的效果。(2) 驗證本文方法移除雜訊的效果。(3) 討論本文方法在不同雜訊比例下移除雜訊的效果比較。(4) 討論本文方法在不同影像大小下的效果比較。而在說明實驗結果之前，先將本文方法中所需要設定的參數進行定義：

本文雜訊移除方法參數設定：

- 資料點分割比例：80% 訓練資料點，20% 驗證資料點。
- 運算次數：100 次。

RBF 網路架構設定：

- 容許神經元上限：50 顆神經元。
- 中心點候選人個數：10 個樣本點。

4.7.3.1、區塊式影像雜訊移除方法實驗結果

本節實驗將討論影像被分割成不同個數區塊進行雜訊移除時，分別所需的運算時間以及移除雜訊的效果。在實驗中每個例子皆為隨機選取 1% 的影像資料點受到脈衝雜訊影響。實驗結果如下所示：

(1) Pepper 圖

表 4.1 Pepper 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像 PSNR 值與處理影像的運算時間。

影像區塊個數	PSNR 值 (db)	運算時間 (sec)
未分割成區塊影像	32.3325	88567.00
分割成 4 區塊	31.2287	18986.40
分割成 16 區塊	27.332	3840.20

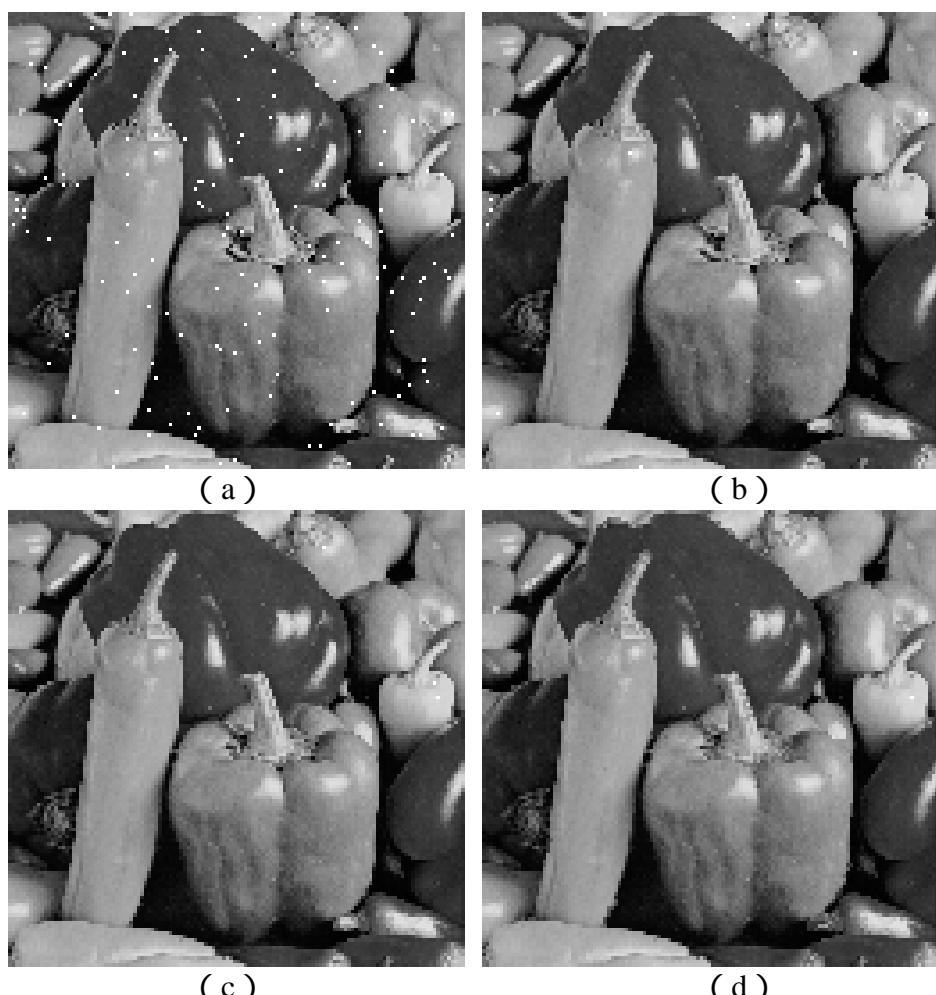


圖 4.21 Pepper 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖。

- (a) 受到 1% 脈衝雜訊影響的 Pepper 圖。(b) 影像未分割處理。
- (c) 影像分隔成 4 個區塊處理。(d) 影像分隔成 16 個區塊處理。

(2) Lena 圖

表 4.2 Lena 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像 PSNR 值與處理影像的運算時間。

影像區塊個數	PSNR 值 (db)	運算時間 (sec)
未分割成區塊影像	33.5064	87163.10
分割成 4 區塊	29.7405	17997.80
分割成 16 區塊	26.3347	3967.71



圖 4.22 Lena 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖。

- (a) 受到 1% 脈衝雜訊影響的 Lena 圖。(b) 影像未分割處理。
- (c) 影像分隔成 4 個區塊處理。(d) 影像分隔成 16 個區塊處理。

(3) Zelda 圖

表 4.3 Zelda 圖在利用區塊式影像雜訊移除方法時，在分割成不同個數區塊影像進行雜訊移除後，影像的 PSNR 值與處理影像的運算時間。

影像區塊個數	PSNR 值 (db)	運算時間 (sec)
未分割成區塊影像	36.9906	159430.00
分割成 4 區塊	36.0895	27147.60
分割成 16 區塊	35.1202	5481.45

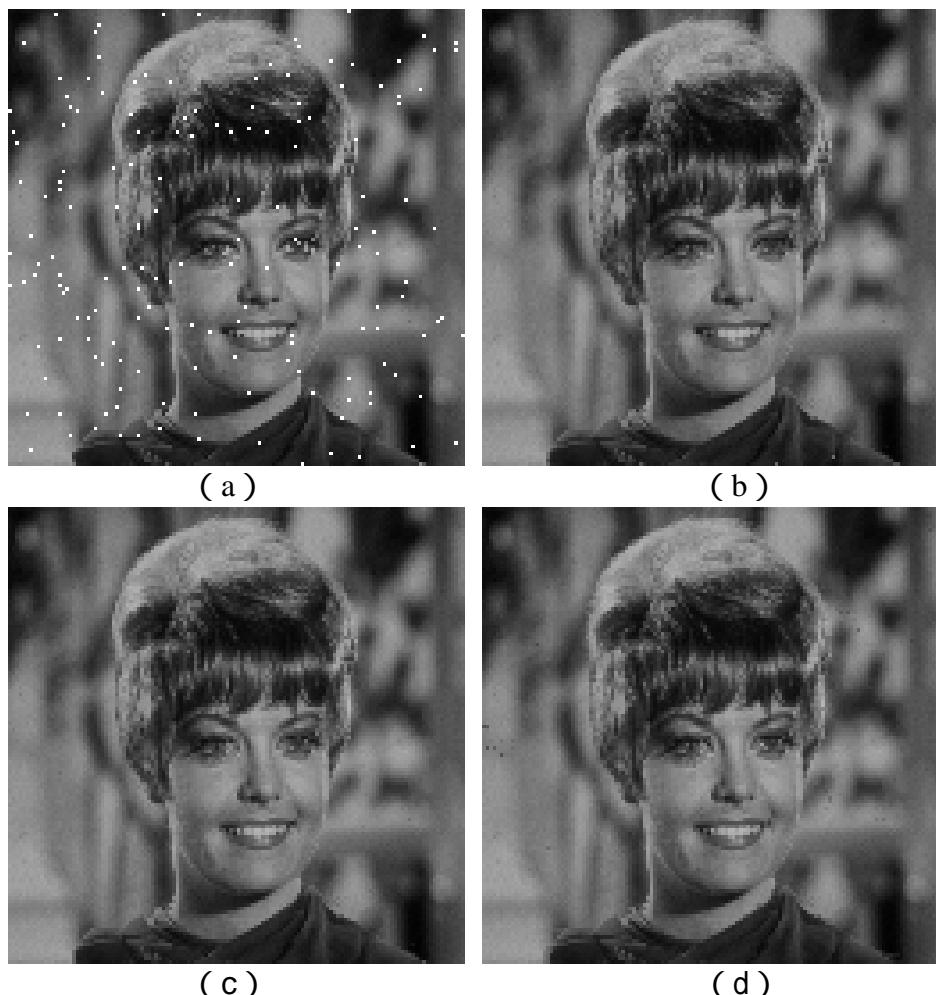


圖 4.23 Zelda 圖在分割成不同區塊下依照本文方法移除雜訊後的影像示意圖。

(a) 受到 1% 脈衝雜訊影響的 Zelda 圖。(b) 影像未分割處理。

(c) 影像分隔成 4 個區塊處理。(d) 影像分隔成 16 個區塊處理。

4.7.3.2、本文方法移除雜訊的效果

在本節的實驗中，將三張測試影像“Lena”、“Pepper”、“Zelda”（如下圖 4.24(a)、圖 4.25(a)、圖 4.26(a)所示），根據式（4.4）隨機選取 10% 的影像資料點受到脈衝雜訊的影響，如下圖 4.24(b)、圖 4.25(b)、圖 4.26(b) 所示，並使用本文所提出的方法、Median filter 以及 Mean filter 等三種方法對影像進行雜訊移除（如圖 4.24、圖 4.25、圖 4.26 所示）；之後比較三張測試影像在移除雜訊後的 PSNR 值，如下表 4.4、表 4.5、表 4.6 所示：

表 4.4 Pepper 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)

Pepper	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
PSNR 值	13.9794	25.4033	24.9276	22.5527	19.4448

表 4.5 Lena 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)

Lena	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
PSNR 值	13.6173	24.2325	24.216	22.6007	19.1381

表 4.6 Zelda 圖在受到 10% 脈衝雜訊影響下，使用各個濾波方法後的 PSNR 值 (db)

Zelda	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
PSNR 值	13.4242	30.2735	26.9548	26.5418	19.8677

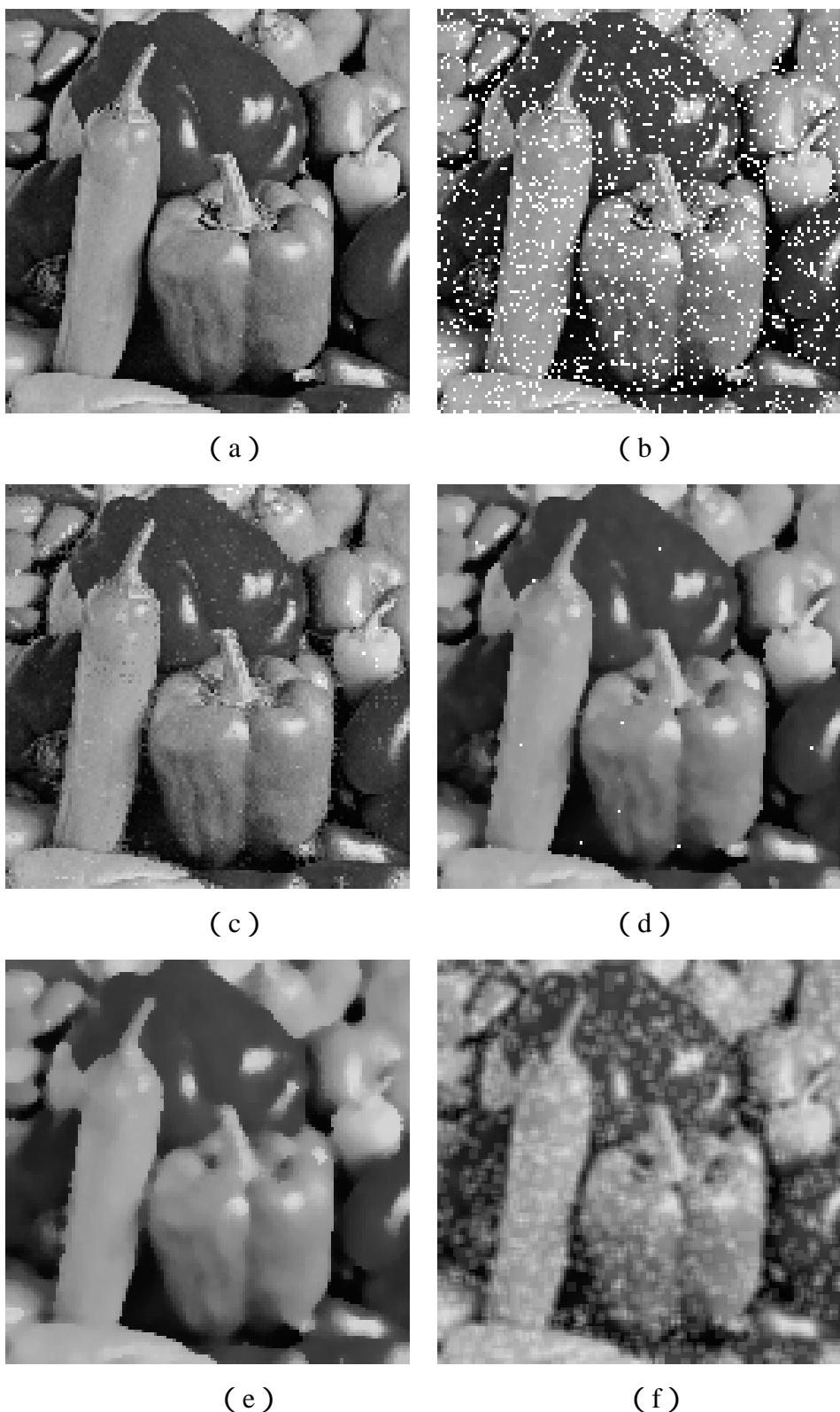


圖 4.24 比較移除雜訊前後的 Pepper 圖。(a) 未受雜訊影響的 Pepper 圖。(b) 受到 10% 脈衝雜訊影響的 Pepper 圖。(c) 使用本文所提出方法後的 Pepper 圖。(d) 使用 median filter(3x3windows)後的 Pepper 圖。(e) 使用 median filter(5x5windows)後的 Pepper 圖。(f) 使用 mean filter 後的 Pepper 圖。



圖 4.25 比較移除雜訊前後的 Lena 圖。(a) 未受雜訊影響的 Lena 圖。(b) 受到 10% 脈衝雜訊影響的 Lena 圖。(c) 使用本文所提出方法後的 Lena 圖。(d) 使用 median filter (3x3windows) 後的 Lena 圖。(e) 使用 median filter (5x5windows) 後的 Lena 圖。(f) 使用 mean filter 後的 Lena 圖。

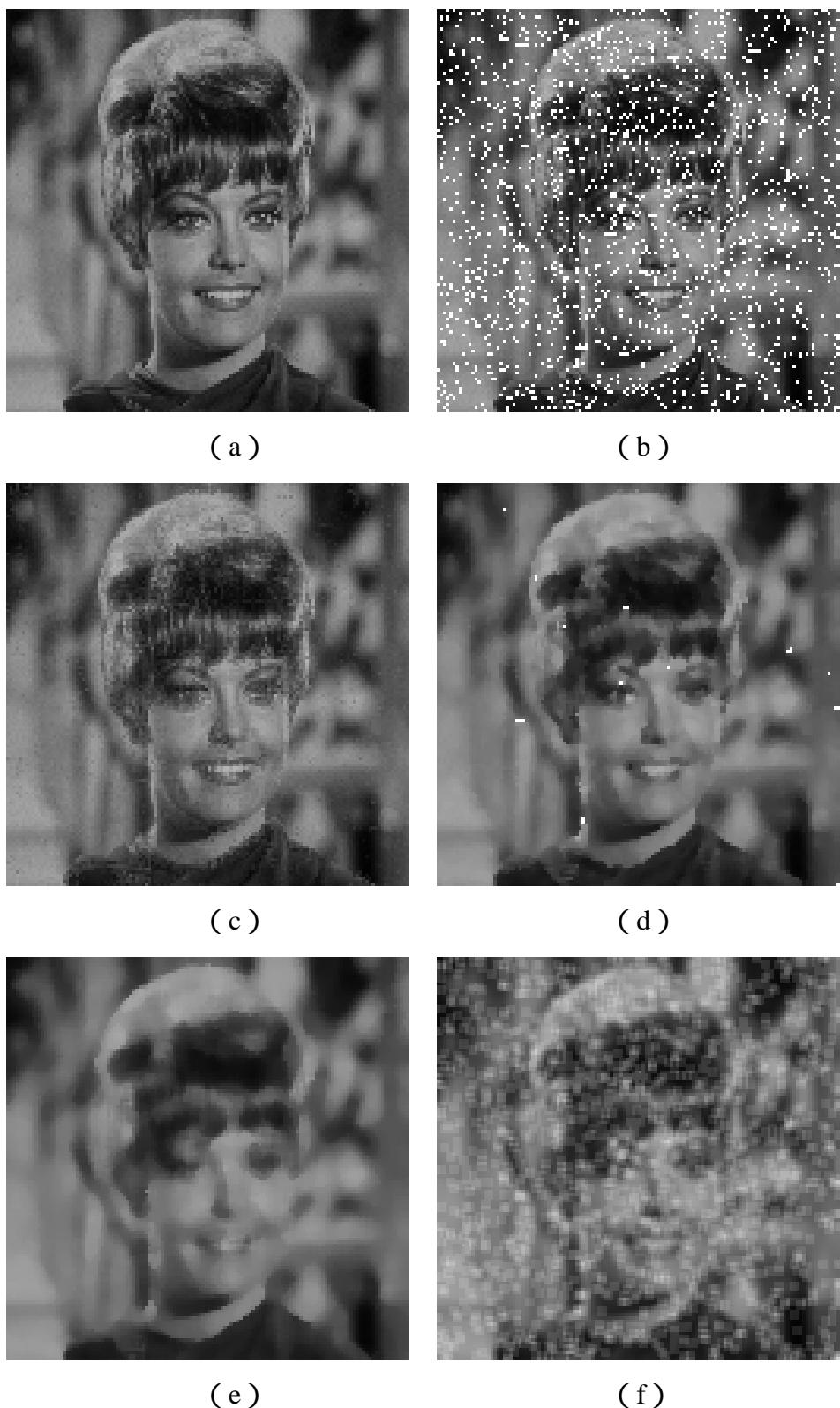


圖 4.26 比較移除雜訊前後的 Zelda 圖。(a) 未受雜訊影響的 Zelda 圖。(b) 受到 10% 脈衝雜訊影響的 Zelda 圖。(c) 使用本文所提出方法後的 Zelda 圖。(d) 使用 median filter (3x3windows) 後的 Zelda 圖。(e) 使用 median filter (5x5windows) 後的 Zelda 圖。(f) 使用 mean filter 後的 Zelda 圖。

4.7.3.3、比較不同雜訊比例對於本文方法的影響

本節的實驗中，將針對影像受到不同比例雜訊影響下時，本文方法在移除影像訊號雜訊的效果進行實驗以及討論，而三張影像的實驗結果分別如下表 4.4、表 4.5、表 4.6，以及圖 4.27、圖 4.28、圖 4.29 所示

(1) Pepper 圖

表 4.7 Pepper 圖在受到不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的雜訊移除方法以及使用中值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR)值。

雜訊比例	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
0.5%	27.1933	31.4082	27.1265	23.5218	24.5025
1%	23.927	30.9691	26.9897	23.5025	24.216
3%	19.0849	29.2634	26.7578	23.3846	22.9447
5%	16.902	28.1291	26.2221	23.1175	21.7319
10%	13.9794	25.4033	24.9276	22.5527	19.4448
20%	10.7918	19.7772	19.0849	20.7188	15.7978
30%	9.0309	13.2222	13.2222	16.5321	13.0103
40%	7.78151	7.78151	9.0309	10.7918	10.7918
50%	6.0206	6.0206	6.0206	6.0206	9.0309

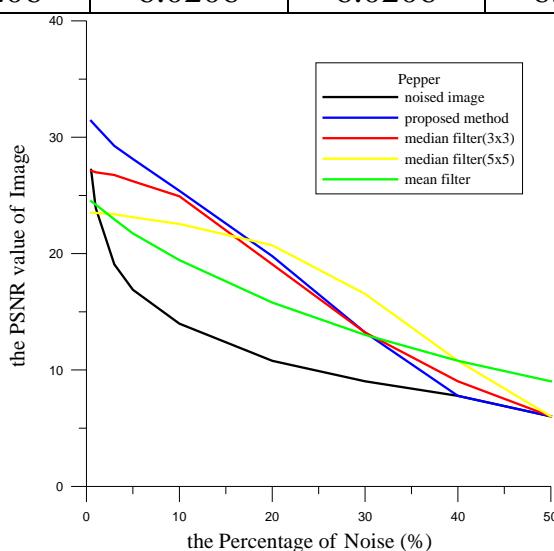


圖 4.27 Pepper 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖。

(2) Lena 圖

表 4.8 Lena 不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的雜訊移除方法以及使用中間值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR)值。

雜訊比例	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
0.5%	26.5418	31.2287	25.8995	23.3646	24.014
1%	23.927	30.1368	25.955	23.3445	23.784
3%	18.8649	26.8574	25.3656	23.2634	22.5042
5%	16.6276	26.1066	25.3148	23.075	21.4301
10%	13.6173	24.2325	24.216	22.6007	19.1381
20%	10.7918	19.5424	18.6923	20.7188	15.563
30%	9.0309	12.0412	13.0103	16.721	12.7875
40%	7.78151	9.54243	9.0309	10.7918	10.7918
50%	6.0206	6.0206	6.0206	6.0206	9.0309

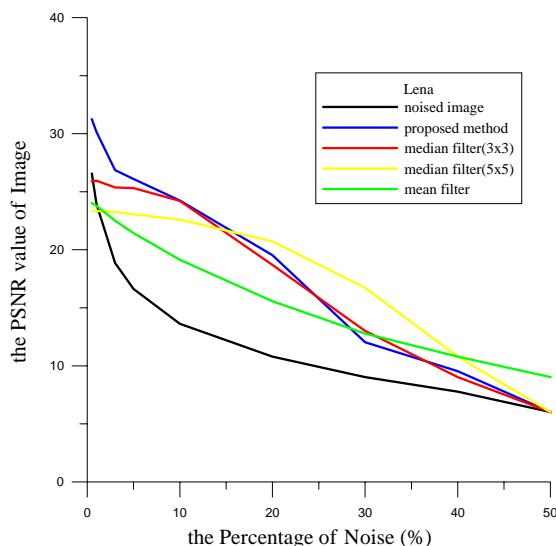


圖 4.28 Lena 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖。

(3) Zelda 圖

表 4.9 Zelda 圖在受到不同比例的脈衝雜訊影響下，在未移除雜訊、使用本文提出的移除雜訊方法以及使用中間值濾波...等五種情況下的訊號雜訊比(PSNR) 值。

雜訊比例	未移除 雜訊	本文方法	Median (3 x 3)	Median (5 x 5)	Mean
0.5%	26.5992	37.7166	29.7405	27.1265	28.3059
1%	23.9445	36.3699	29.6142	27.0927	27.6343
3%	18.9209	33.9794	29.4349	27.0586	25.4283
5%	16.5321	32.3325	29.2634	26.9548	23.1806
10%	13.4242	30.2735	26.9548	26.5418	19.8677
20%	10.4139	28.1291	19.5904	24.5637	15.682
30%	8.45098	12.3045	13.6173	19.0309	12.7875
40%	6.9897	7.78151	9.0309	11.4613	10.7918
50%	6.0206	6.0206	6.0206	6.0206	9.0309

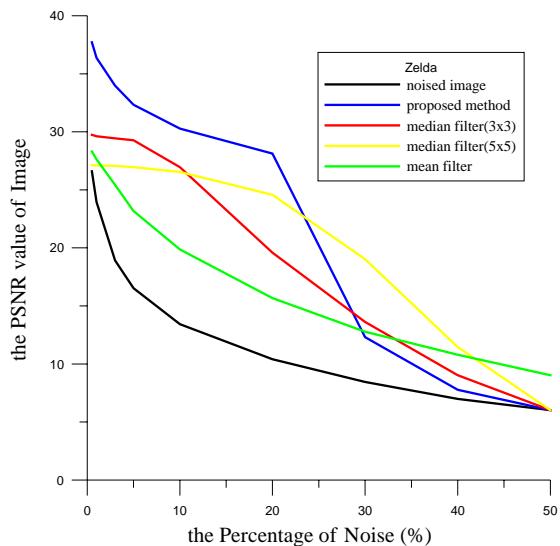


圖 4.29 Zelda 圖在不同比例脈衝雜訊的影響下，與影像在未移除雜訊、使用本文方法、使用 median filter 以及使用 mean filter 時 PSNR 值的關係圖。

4.7.3.4、比較本文方法在處理不同影像尺寸時的效果

本節實驗將討論在不同影像尺寸的情形下，本文所提出的雜訊移除方法應用的效果。在實驗中每個例子皆為隨機選取 10% 的影像資料點受到雜訊影響，並將影像區分為四個區塊處理。實驗結果如下所示：

表 4.10 不同尺寸 Pepper 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值。

影像尺寸大小	PSNR 值 (db)
256 × 256	25.1851
128 × 128	25.4033
64 × 64	22.0952
32 × 32	16.9897

表 4.11 不同尺寸 Lena 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值。

影像尺寸大小	PSNR 值 (db)
256 × 256	26.1066
128 × 128	24.2325
64 × 64	21.3354
32 × 32	19.3952

表 4.12 不同尺寸 Zelda 圖在利用本文方法移除雜訊後影像的 PSNR 值。

影像尺寸大小	PSNR 值 (db)
256 × 256	32.6881
128 × 128	30.2735
64 × 64	27.9588
32 × 32	21.5229

4.7.4 實驗分析

在本文 4.7.3.1 節的實驗中，測試區塊式影像雜訊移除方法的效果，由表 4.1、表 4.2 以及表 4.3 可以瞭解，當影像分割的區塊愈多時，如本文所預期的可以有效將運算時間愈短，然而，從表中的 PSNR 值可以發現，雖然運算時間縮短，但是卻會對移除雜訊後的影像品質造成影響。

觀察 4.7.3.2 節的實驗結果，如圖 4.24、圖 4.25、圖 4.26 所示，可以發現本文方法對於受到 10% 脈衝雜訊影響的三張不同影像，皆可以有效的移除雜訊以及還原影像，由此結果可以驗證本文所提出的雜訊移除方法，在處理影像訊號雜訊移除上是有效且可行的；此外，在實驗中也利用 median filter 以及 mean filter 對於受到雜訊影響的影像作處理，比較 median filter 以及 mean filter 的結果可以發現，使用本文方法並沒有 median filter 會對影像訊號的結構造成破壞的缺點，而這是在於本文方法是利用計算平均誤差值大小判斷受到雜訊影響的影像資料點之後，再針對這些資料點進行影像復原的動作，因此，對於影像中其他資料點並不會進行處理，藉此可以減少造成影像資訊遺失的機會。

然而，從 4.7.3.3 節的實驗結果可以發現，當影像受到愈多雜訊影響時，本文方法移除雜訊的效果就不甚理想，原因在於本文是利用 RBF 網路學習影像，並藉由網路學習效果來判斷，因此當雜訊愈多時網路遷就雜訊的機會愈大，因此就會造成無法正確判斷雜訊的影響產生，所以當影像受到過多雜訊影響時，將會無法有效的處理影像雜訊移除，而這也是本文方法在使用時的一大限制。

第五章 結論

5.1 論文總結

本論文主要是發展一個以類神經網路為基礎的移除訊號雜訊方法，在本文方法中選擇輻射基底函數類神經網路做為網路架構，並運用統計學上交互驗證的概念，藉由紀錄自訊號中選取的原始資料點隨機被分成為驗證資料點時，資料點進入網路測試後的誤差大小，再應用線性近似的觀念求取平均誤差值大小與排名關係曲線的轉折點做為判斷雜訊的依據。

此外，本論文在處理二維影像訊號時，使用預測編碼的概念從影像中進行資料點選取，而為了克服影像中如邊界部份...等變化較大的地方對於本文方法的影響，因此資料點是從影像四個方向進行選取後再分別進入RBF 網路訓練，再根據資料點被選取的次數，求出平均誤差值進行雜訊點判斷；而在影像還原的部分，利用移除雜訊後資料點訓練新的網路以得到新的映射關係，並藉此求得取代雜訊點的新影像像素值。

最後，由於影像尺寸愈大時選取的資料點即會愈多，進入 RBF 網路訓練時，會造成運算速度過慢的問題，再加上本文方法中需要對網路進行多次的運算，所以運算時間會較長，為此本文提出將影像區分為多個子區塊影像，再分別使用本文方法對區塊影像作雜訊移除的處理，藉以達到減少運算時間過長的情形發生。

如第三章實驗結果所示，本文方法在處理一維訊號的雜訊移除問題時，面對較大的雜訊可以有效將之完全移除；但是在處理雜訊較小的情形下，就有無法完全移除的可能；不過，也因為雜訊較小此時雜訊對訊號的不良影響也較小，因此本文方法在移除訊號雜訊上是可行且有效的。

此外，本文方法在面對二維影像訊號的雜訊移除問題時，根據第四章的實驗結果可知，在影像受到較少比例雜訊影響時，本文方法可以在不影

響影像訊號的結構下，只針對受到雜訊影響的影像資料點，有效的進行雜訊點移除，並利用移除雜訊後資料點進入網路訓練後，所得到新的網路映射關係還原影像；然而，當影像中受到雜訊影響比例過多時，本文方法就無法如預期的將雜訊移除；而這部分也是本文方法在處理影像訊號雜訊移除上的限制。

5.2 未來研究方向與建議

- (1) 在處理影像訊號時資料點擷取方向的選擇上，可以再增加四個方向選取資料點，分別是由左上而右下、由右下而左上，由右上而左下、由左下而右上四個方向，藉以排除這四個方向的影像不連續性對於本文方法的影響。
- (2) 在本文所提出的雜訊移除方法中，是將資料點隨機分割成訓練資料點以及驗證資料點，再分別進入網路做訓練以及測試，並重複上述步驟運算多次之後求得平均誤差值，藉以做為判斷雜訊的依據；然而，目前在設定運算次數是依照經驗法則來選取，也許在未來可以藉由討論運算次數與平均誤差值之間的關係，使得此參數可以自動化調整，並達到節省運算時間的效果。

參考文獻

Brownrigg, D.R.K., 1984, “ The Weighted Median Filter,” *Commun. ACM*, Vol.27, pp.807-818

Chen, S. and Billings, S. A., 1992, “Neural Networks for Nonlinear Dynamic System Modeling and Identification,” *International Journal of Control*, Vol. 56, No.2, pp. 319-346

Chuang, C.C., Su, S.F. and Hsiao, C.C., 2000, “The Annealing Robust Backpropagation (ARBP) Learning Algorithm,” *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 11, No.5, pp.1067-1077

Chua, W. and Yang, L., 1988, “Cellular Networks: Theory,” *IEEE Trans. Circuit Syst.*, Vol.35, No.10, pp.1257-1272

Chua, W. and Yang, L., 1988, “Cellular Networks: Applications,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol.35, No.10, pp.1273-1290

Dony, R. D. and Haykin, S., 1995, “ Neural Network Approaches to Image Compression,” *Proc. IEEE*, Vol.83, No.2, pp.288-303

Egmont-Petersen, M., D. de Ridder and H. Handels, 2002, “ Image Processing with Neural Networks- a Review,” *Pattern Recognition*, Vol.35, 2279-2301

Haykin, S., 1999, “*Neural Networks, A comprehensive Foundation*,” 2nd Edition, Prentice Hall, pp. 213-218

Hanek, H. and Ansari, N., 1996, "Speeding up the Generalized Adaptive Neural Filters," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.5, No.5, pp.705-712

Liano, K., 1996, "Robust Error Measure for Supervised Neural network Learning with Outliers," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 7, No.1, pp.246-250

Luo, F.L. and Unbehauen, R., 1997, "Applied Neural Networks for Signal Processing," Cambridge Univ. Press, pp. 1-31

Ko, S. J. and Lee, Y. H., 1991, "Center Weighted Median Filters and their Application to Image Enhancement," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol.38, No.1, pp.984-993

Kong, H. and Guan, L., 1998, "A Noise-Exclusive Adaptive Filtering Framework for Removing Impulse Noise in Digital Images," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol.45, No.3, pp.422-428

Paik, J.K. and Katsaggelos, A.K., "Image Restoration using a Modified Hopfield Networks," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.1, No.1, pp49-63

Parlett, B.N., 2000, "The QR Algorithm," *Computing in Science & Engineering*, Vol.2, pp. 38-42

William, W. H., 1988, "Applied Numerical Linear Algebra," Prentice Hall, pp. 192-225

林楨暉, 2001, "以線性迴歸的技巧加強 RBF 類神經網路的引申能力", 碩士論文, 國立中山大學機械工程研究所